

第8章 实验模态分析初步

1. 结构动特性的建模方法

理论建模：动力学仿真分析

耦合的力平衡方程

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t)$$

通过有限元离散模型，采用模态分析理论、特征值求解技术和矩阵变换技术获得结构的动力学特性：频率、阻尼和振型；建立结构完整模态模型（一组解耦的方程组）、系统的传递特性（传递函数或频响函数），进一步建立结构的频域响应计算模型和时域响应计算模型。

通过网格调整和模型的缩减技术，可以建立与实测模型具有比对意义的分析模型。用于进行实验研究的指导和分析模型的修改。对实验研究的指导作用主要表现在：确定传感器和激励设备的配置方案、传感器类型、频响、灵敏度、线性范围、温度特性等的要求。

1.结构动特性的建模方法

实验建模：实验模态分析方法

1 采用实验建模的原因

- (1) 实际结构太复杂，难以采用理论简化和进行精确的动力学仿真分析
 - 组成部件多，连接关系复杂，甚至有刚体、柔性体及机构耦合；
 - 包含间隙、摩擦等非线性；
 - 包含大位移和大变形等几何非线性；
 - 结构强度、构形、边界条件和受力条件时变；
 - 受复杂风载、运动载荷、热环境条件等共同作用；如发电机组、大桥

- (2) 动力学仿真分析的结果需要得到实验验证；
 - 原型试验 (Prototype Experiment)
 - 全尺寸模型试验(Full Scale Model Experiment)
 - 缩尺动力学相似模型试验(Scale Model Experiment)
 - 部件试验(Component Experiment)

1. 结构动特性的建模方法

实验建模：实验模态分析方法

2 实验建模分类

实验建模：通过系统的输入信号和输出响应之一或全部来确定系统动特性模型的方法。因此又可称为辨识过程。辨识的方法可分为：

系统辨识：模型的形式、阶次、参数均未知；

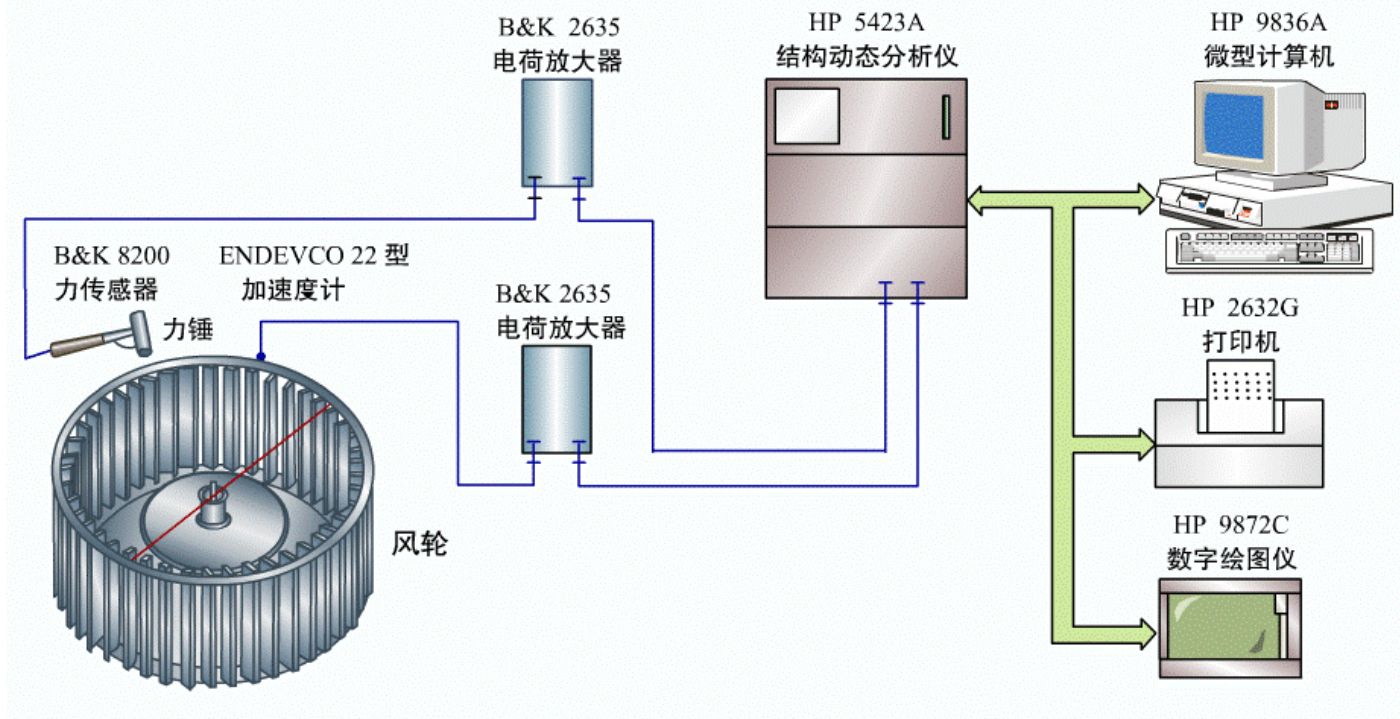
参数辨识：模型的形式已知，阶次和参数待定；或仅参数待定；

3 有限元仿真与实验建模对比网格规模问题

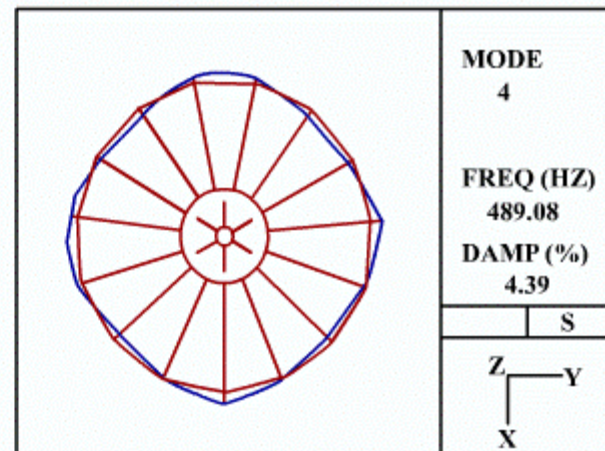
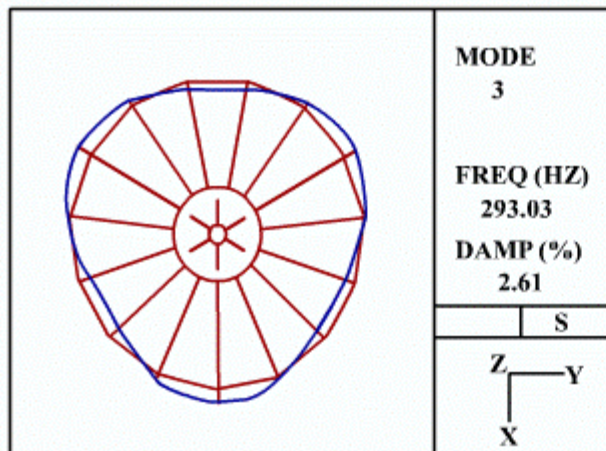
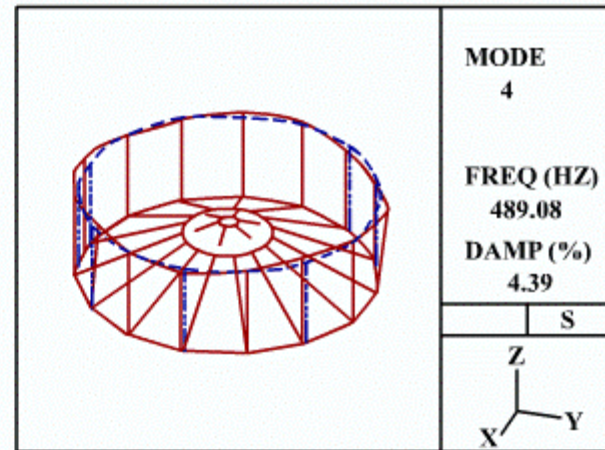
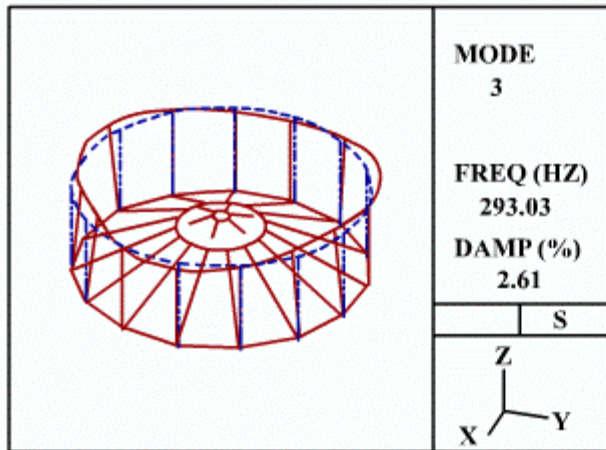
有限元模型的自由度任意性很大，适当的自由度数取决于：分析频带。确定了分析的模态阶数。理论上只需要一个传感器即可获得结构的全部频率，但用于与之对比的有限元网格的规模肯定要大于一。

有限元网格能够描述分析频带内的全部模态振型

2.基本概念



2.基本概念



2.基本概念

什么是实验模态分析（EMA）

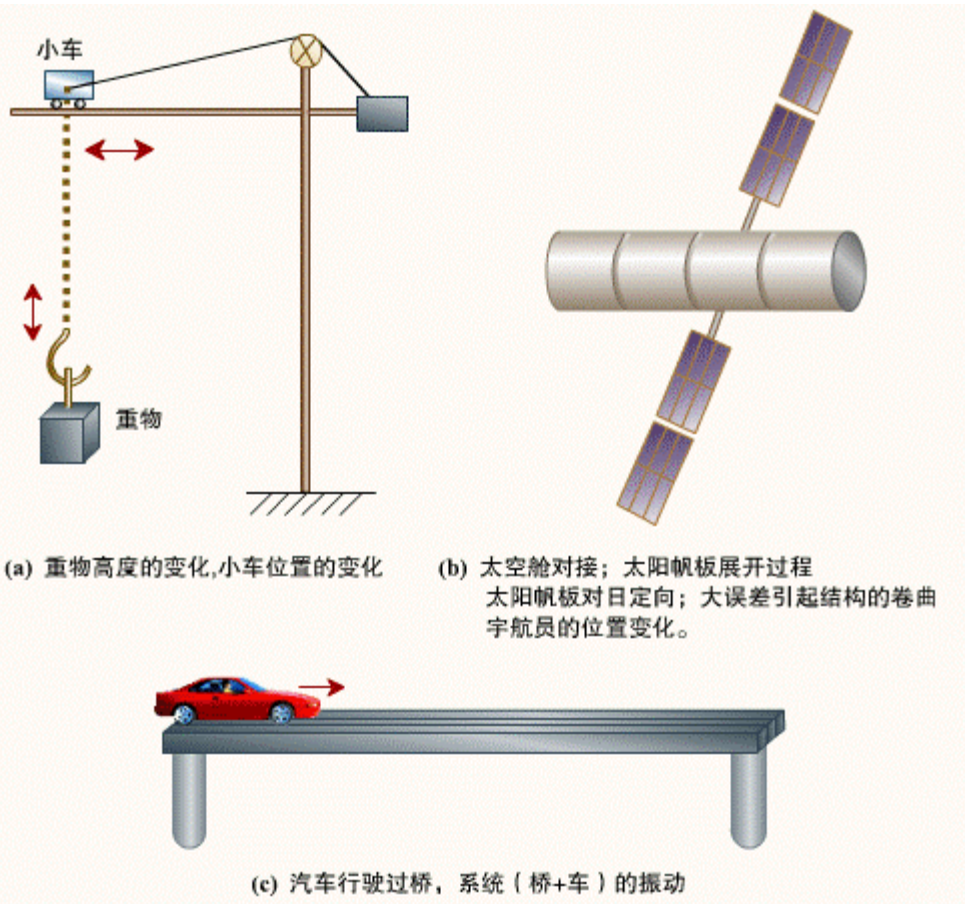
通过实验的方法（获取频率响应FRF），然后模态估计和识别方法，得到系统的模态参数。

动力学仿真分析（FEM）

根据结构的几何形状、边界条件和材料特性，进行建模，获取M、C、K，然后计算模态参数。

2.基本概念

模态分析理论的基本假设



2.基本概念

模态分析理论的基本假设

线性假设

时不变假设

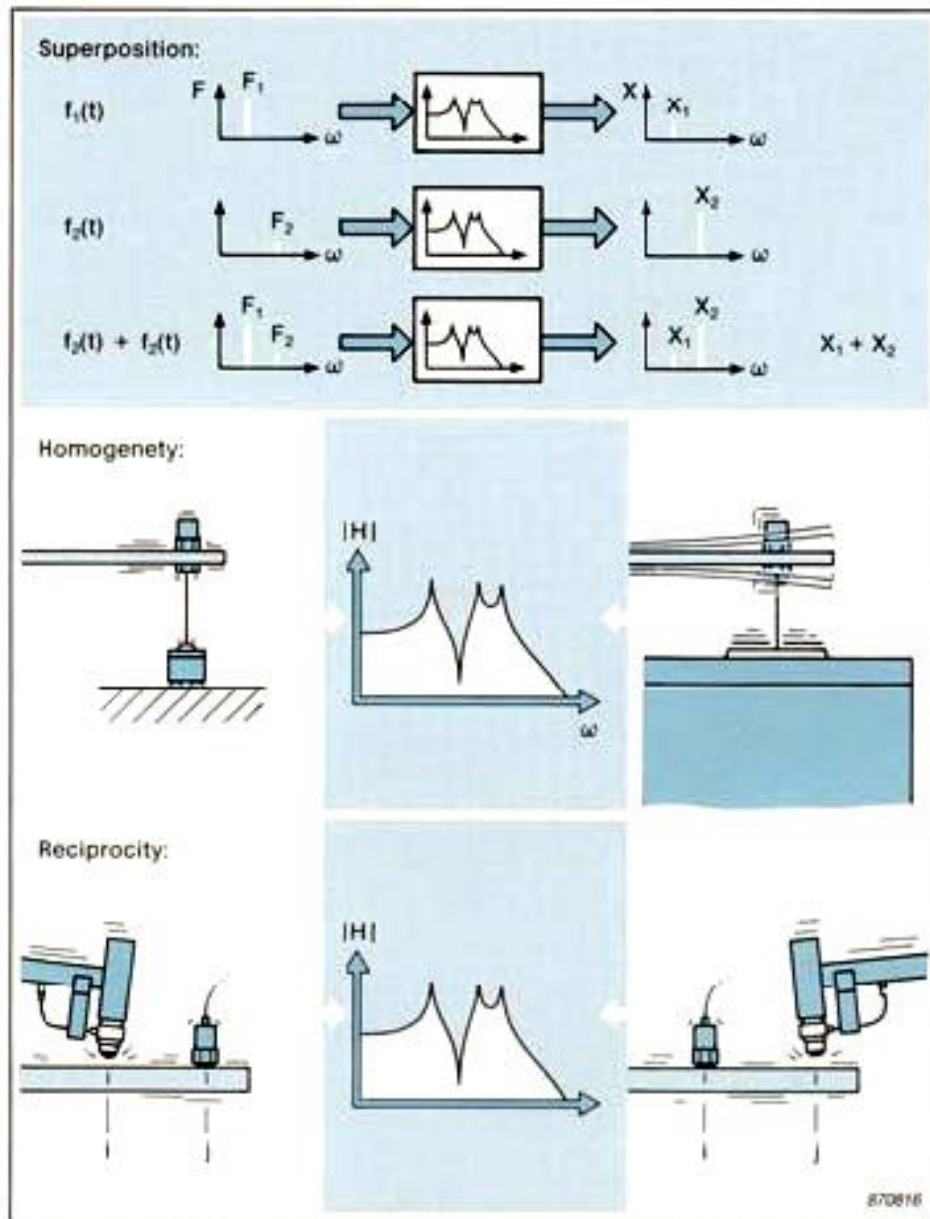
可观测性假设

系统满足：

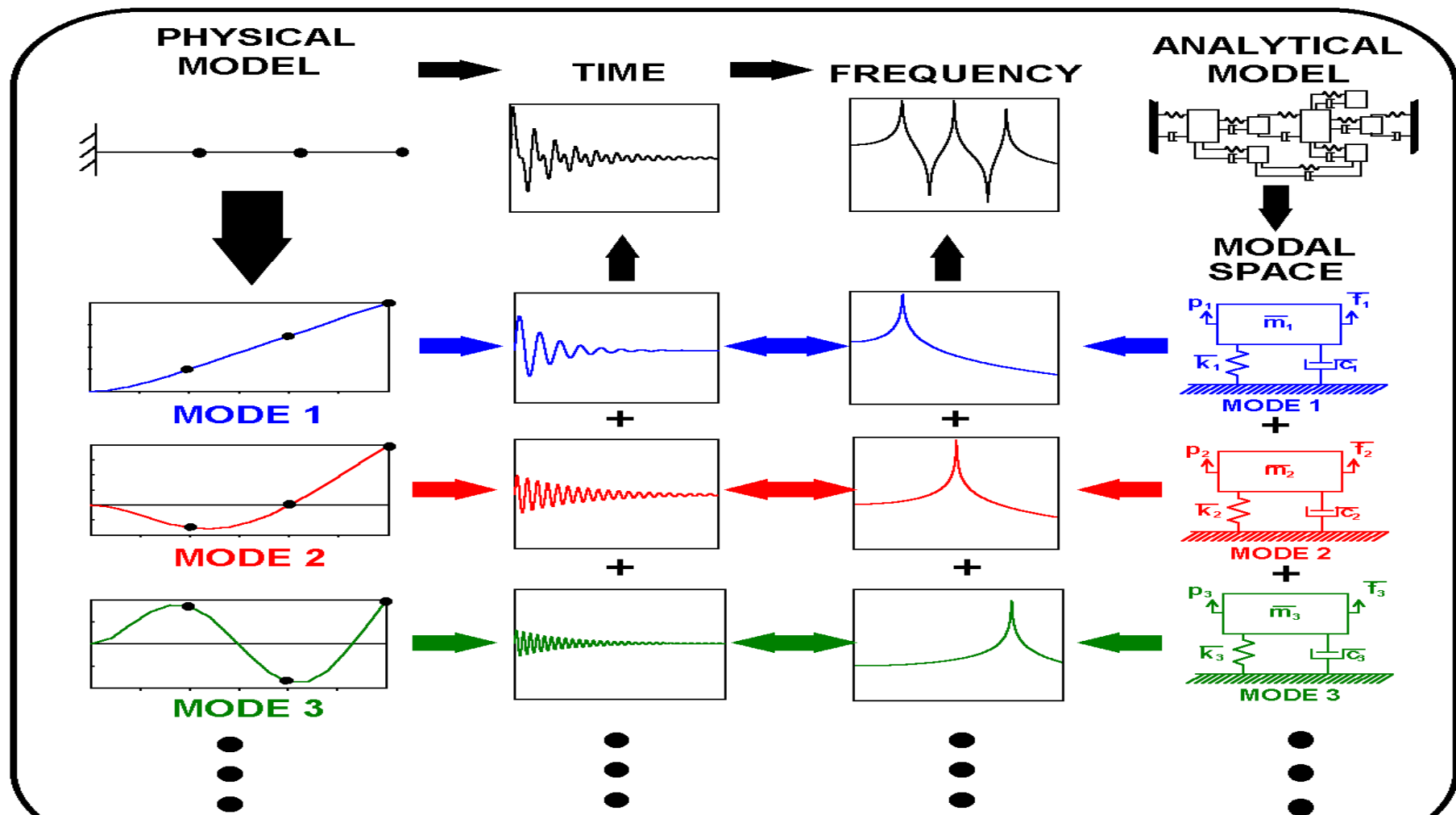
线性叠加性superposition

一致性homogenety

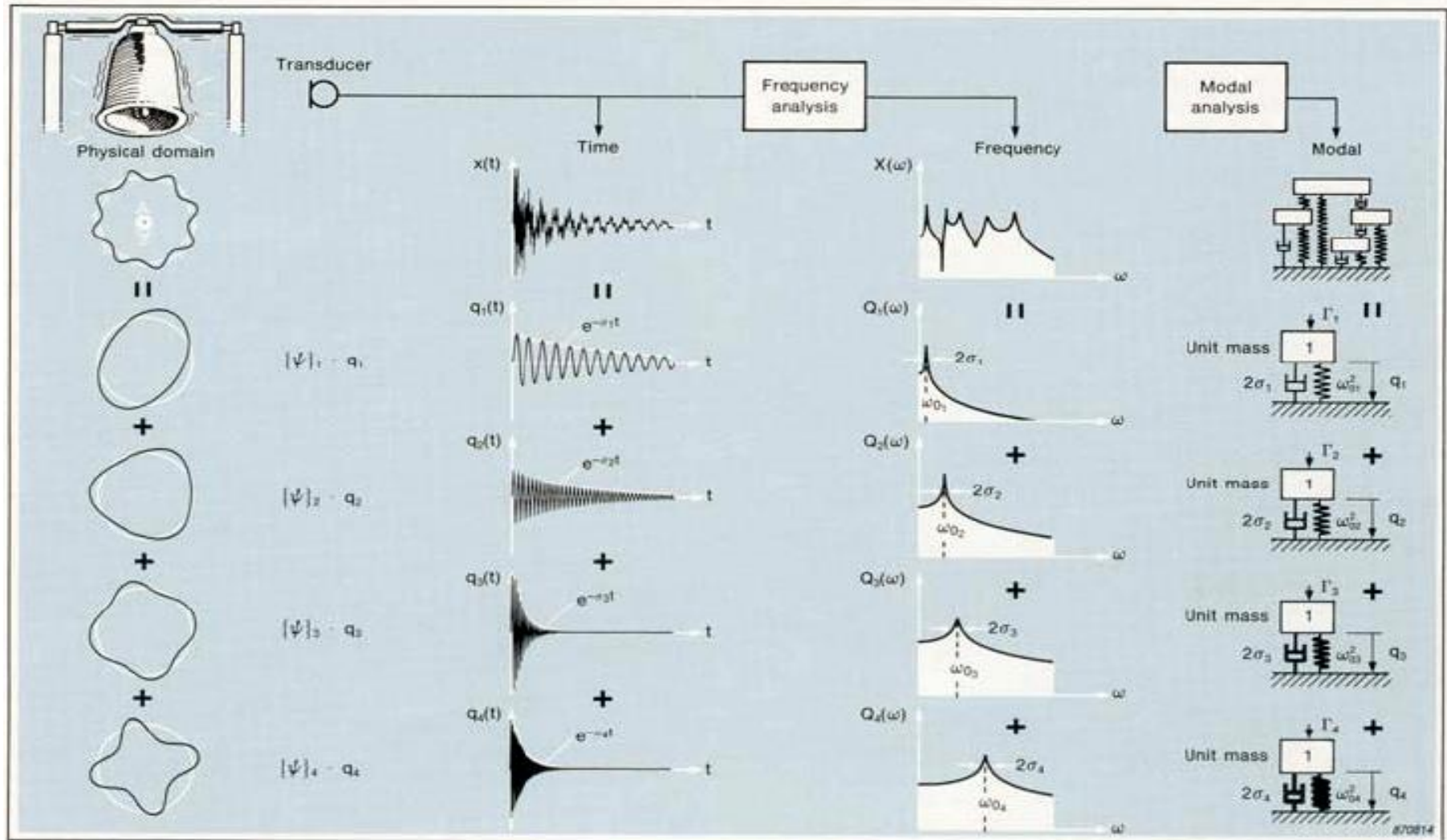
互易性reciprocity

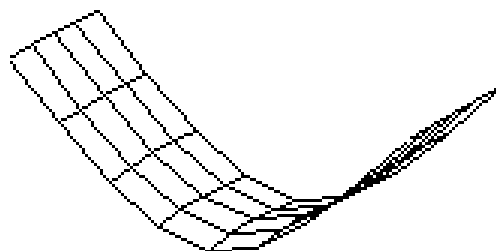


2.基本概念

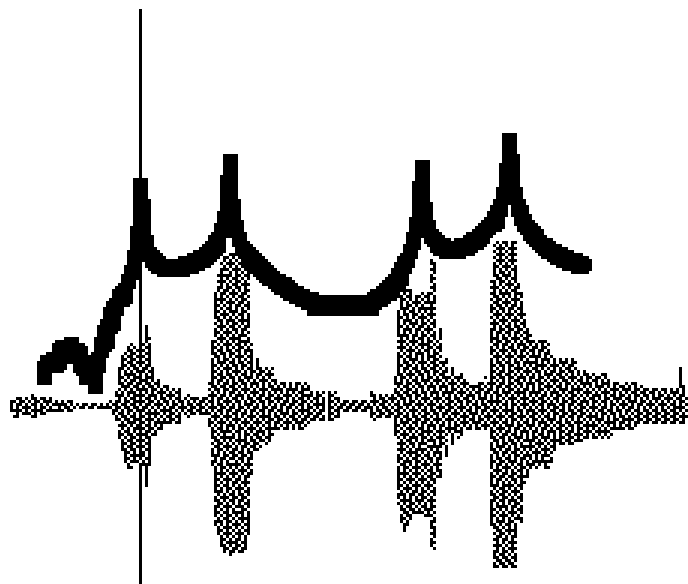


2.基本概念



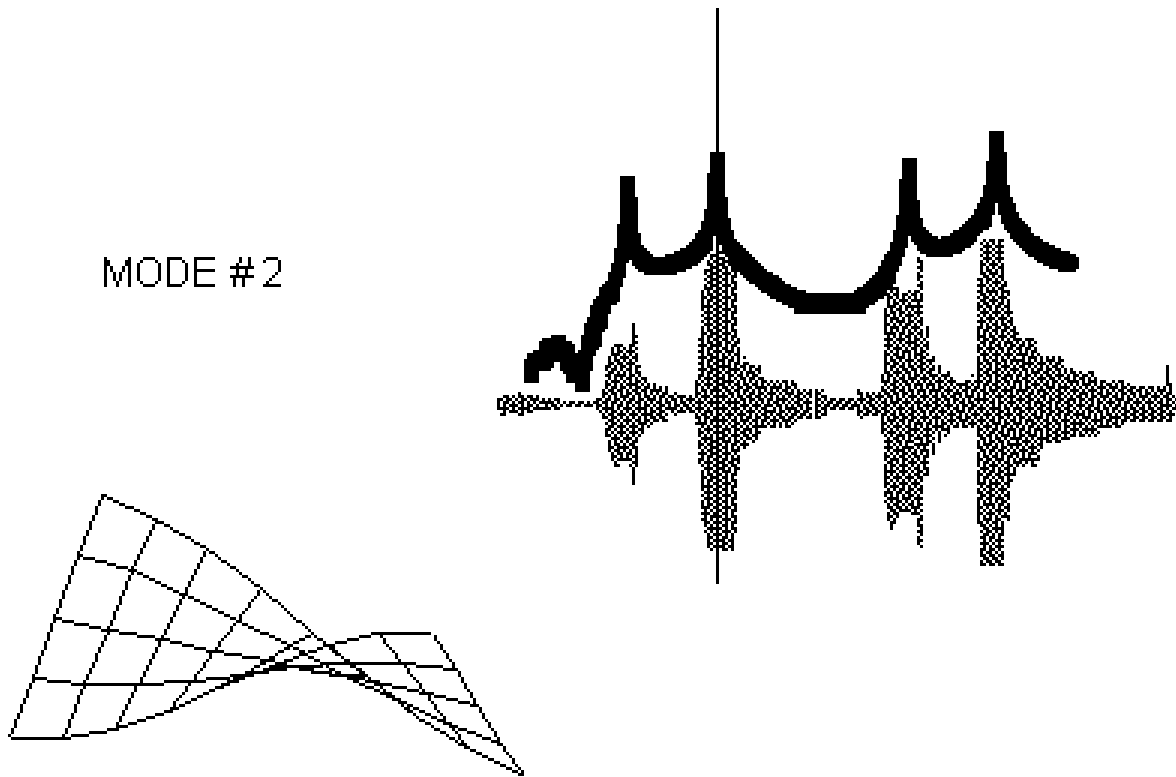


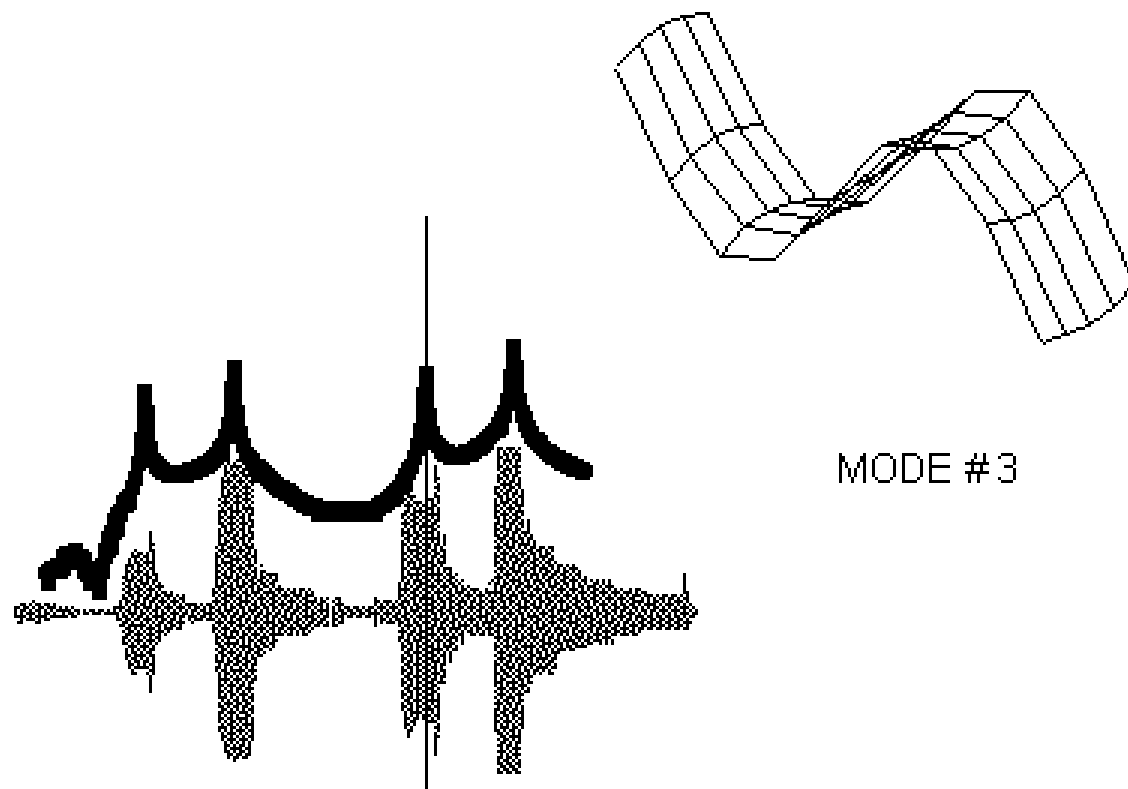
MODE #1



UMASS LOWELL - MODAL ANALYSIS and CONTROLS LABORATORY - Peter Avitabile and Fabio Piergentili

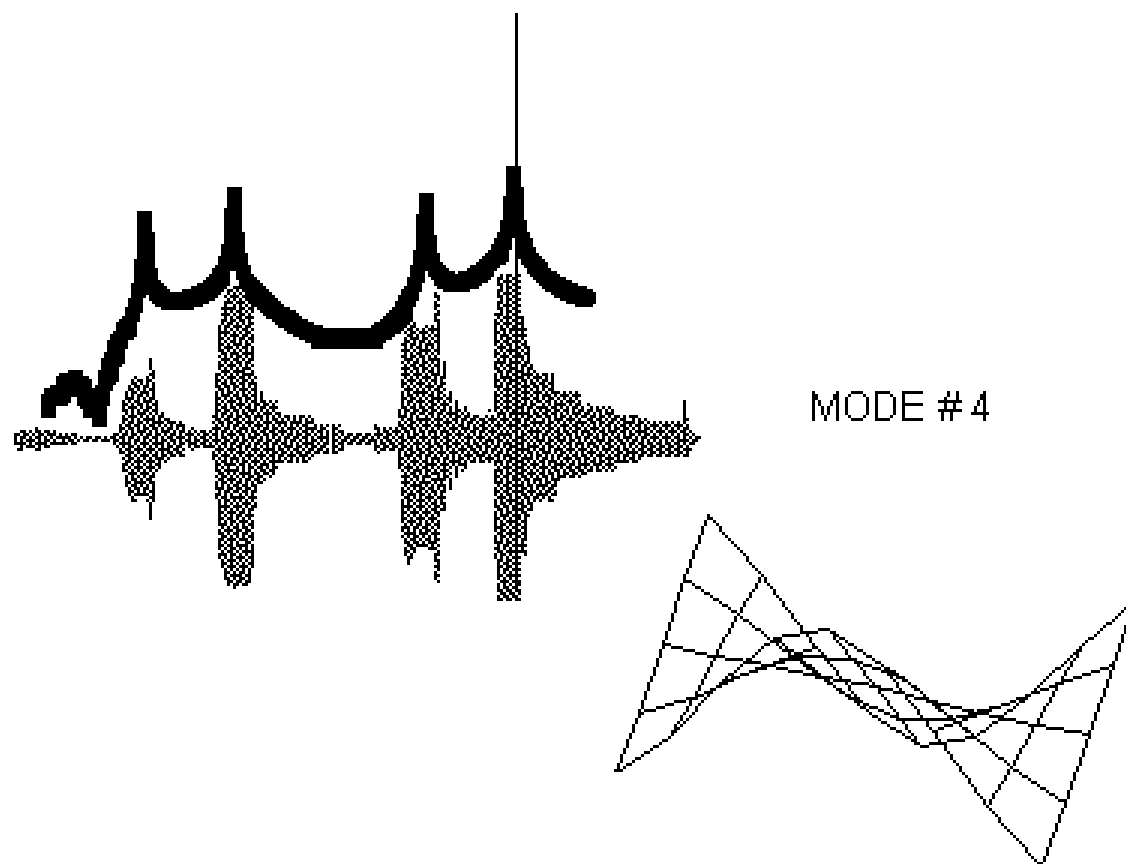
MODE # 2

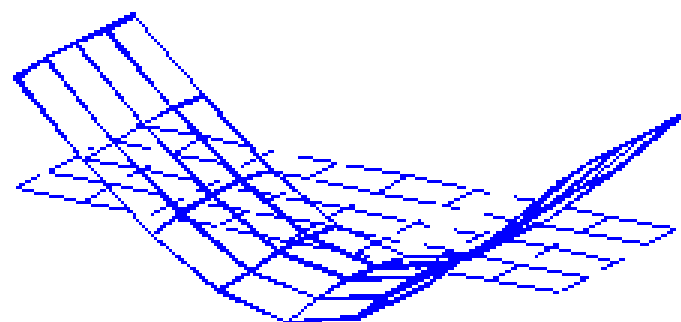




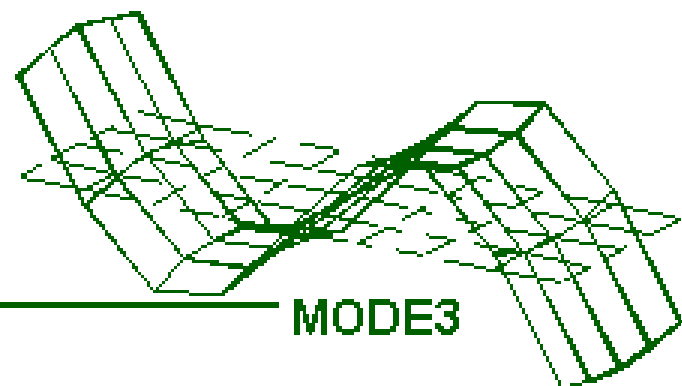
MODE #3

UMASS LOWELL - MODAL ANALYSIS and CONTROLS LABORATORY - Peter Avitabile and Fabio Piergentili

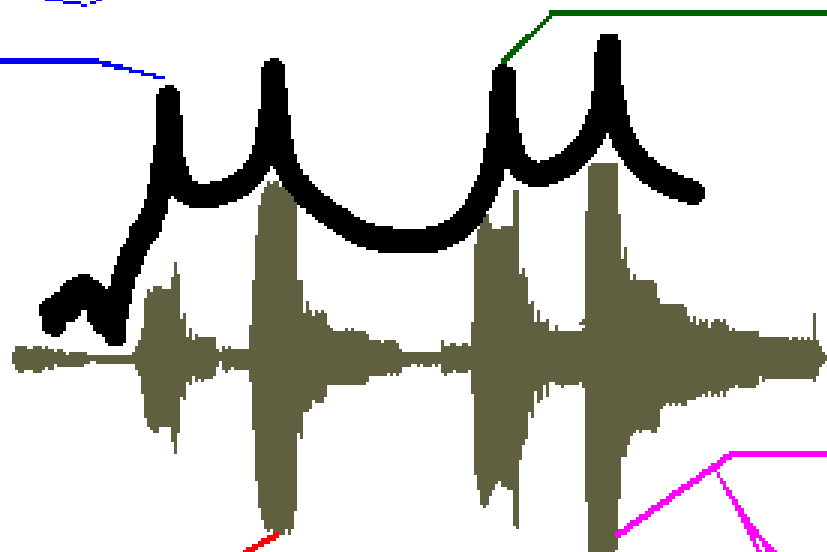




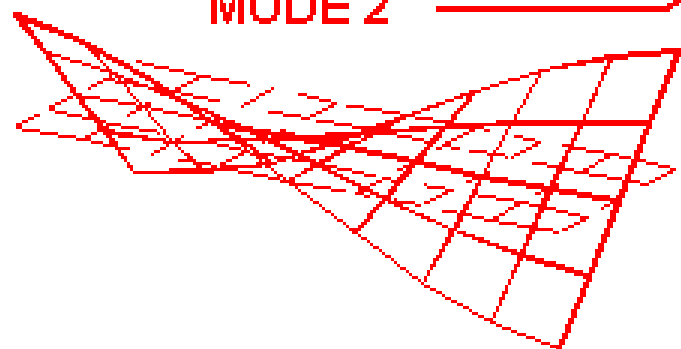
MODE 1



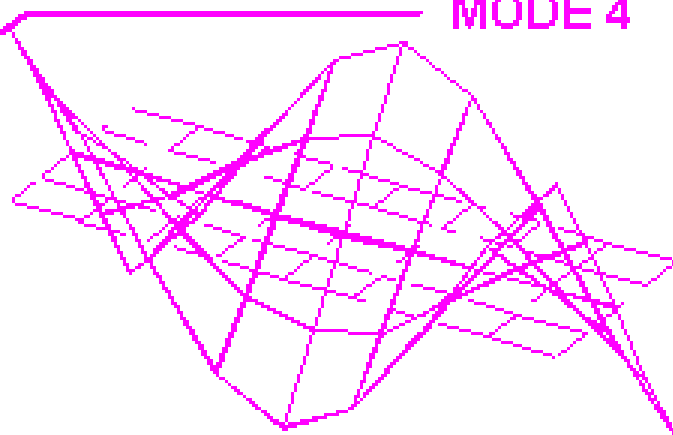
MODE 3



MODE 2



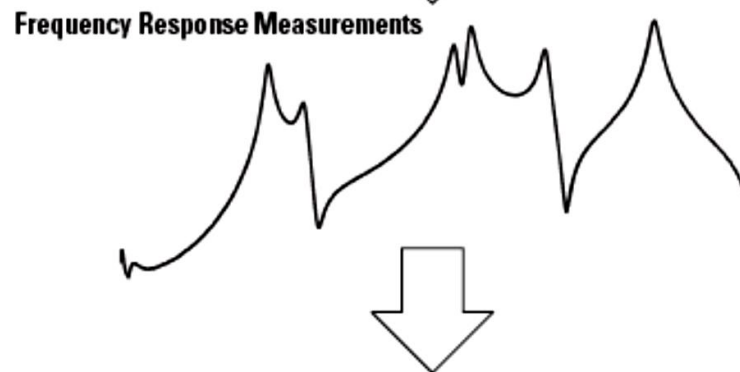
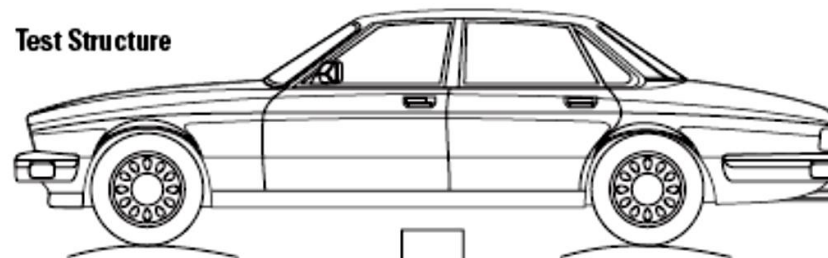
MODE 4



2.基本概念

模态试验的过程

- (1) 频响函数的测量
- (2) 曲线拟合
- (3) 模态参数计算
- (4) 结果输出、动画显示
- (5) 结果验证 ...



Curve Fit Representation

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{ir} \phi_{jr}}{m_r (\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}$$

Modal Parameters

- ω — Frequency
- ζ — Damping
- $\{\phi\}$ — Mode Shape

3. 频响函数的测量

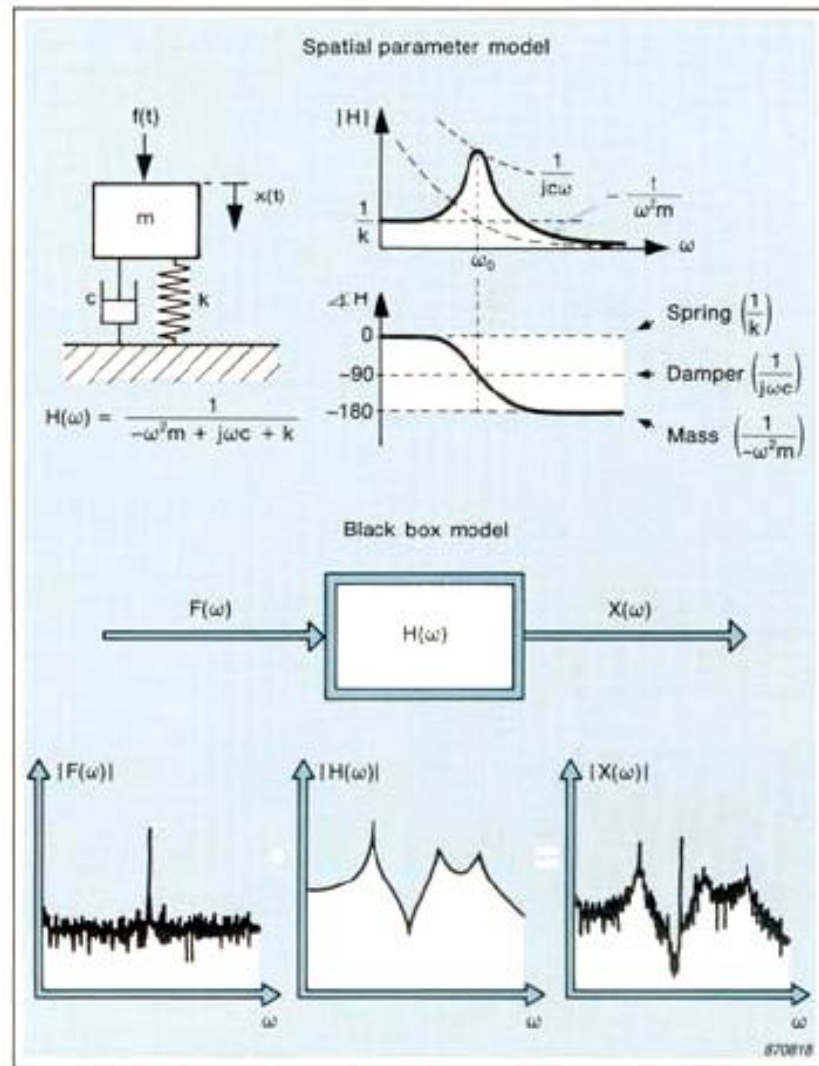
1 测试系统及设备

频响函数是结构系统的固有特性，但它可以通过作用于系统的激励和对应的响应来描述

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega)$$

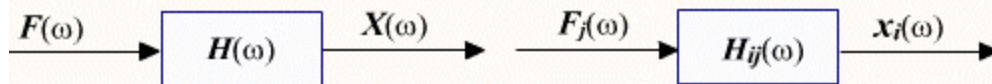
$$X(\omega) = \begin{Bmatrix} x_1(\omega) \\ x_2(\omega) \\ \vdots \\ x_N(\omega) \end{Bmatrix} \quad F(\omega) = \begin{Bmatrix} F_1(\omega) \\ F_2(\omega) \\ \vdots \\ F_N(\omega) \end{Bmatrix}$$

$$H(\omega) = [H_{ij}]_{N \times N}$$

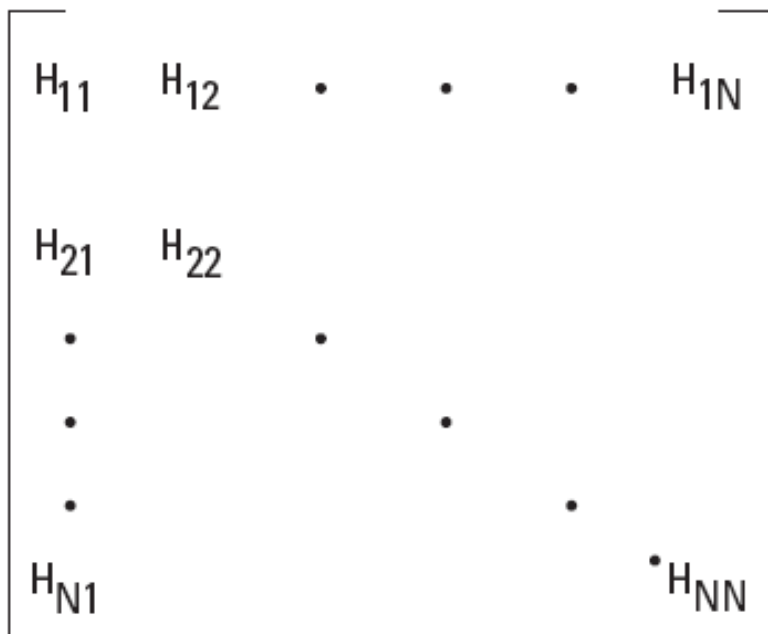


3. 频响函数的测量

$$X_i(\omega) = H_{ij}(\omega)F_j(\omega)$$



H_{ij} 为第 j 点单位激励在第 i 点的响应



3. 频响函数的测量

1 测试系统及设备

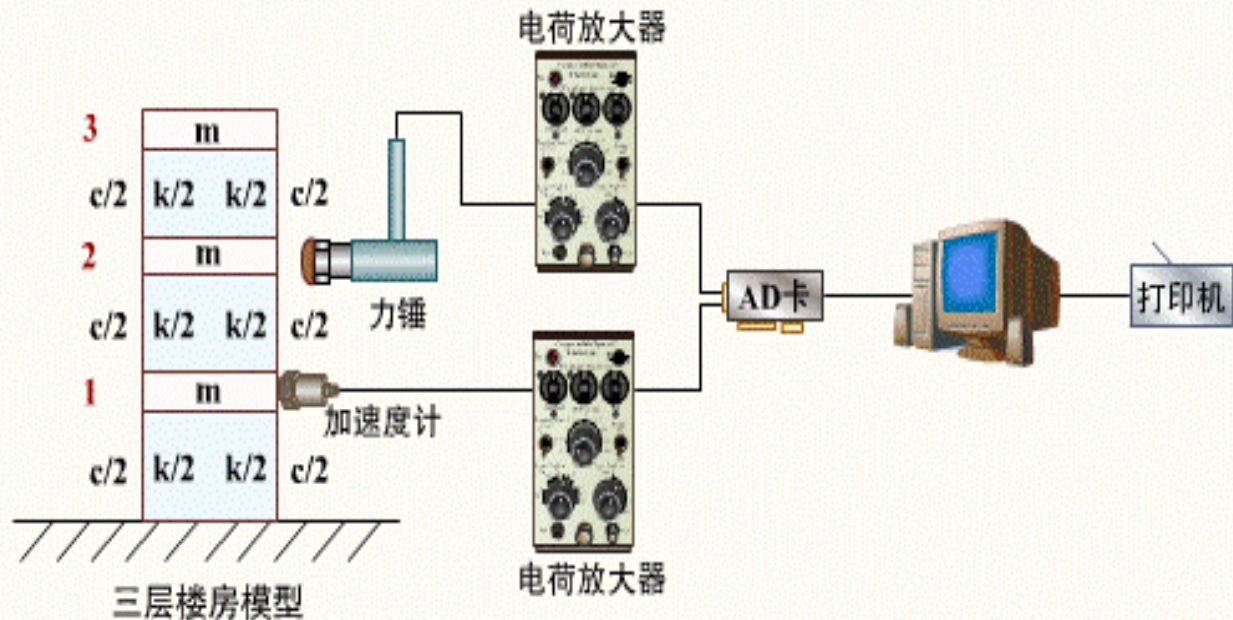
试验结构

激励系统

测量系统

分析系统

输出和记录系统



3. 频响函数的测量

1.1 试验结构 (Structure under Test)

线性条件下，被测试的结构的动特性是结构固有的。而我们要测试的FRFs只是结构固有特性的一个近似模型。

结构可以用不同的数学模型描述，至少可表现为测试方案的不同选取：

- (1) 激励点的位置、激励方式和个数不同；
- (2) 测量点的分布和个数。

测试方案不同，对结构特性的描述模型（自由度数、参数等）也不同，但这些模型均是对结构特征值的近似表示。关键在于解决实验模型和结构实际特性之间的近似程度问题。

3. 频响函数的测量

1.2 激励系统 (Excitation System)

(1) 稳态激励 (Stationary Excitation) :

信号发生器 (Source Function Generator)、功放 (Power Amplifier)、激振器 (Shaker、Actuator)

信号发生器: 正弦 (Sinusoidal)、随机 (Random)、瞬态 (Transient)

激振器: 无台面、小推力。有台面的激振器通常称为振动台。



3. 频响函数的测量

压电陶瓷 (Piezo-Ceramic) 激振器: 小型、高频 (通常可高达 60kHz-180kHz)、推力(Force)小、行程 (Stroke) 小, 位移和波形 (waveform)控制精确 (微米级);

电动式 (Electrical): 频带宽(0-5.5kHz)、能量较大, 推力可达吨级, 行程一般可达1至2英寸、位移和波形控制较精确 (标准台失真 (distortion)可控制在10%以下), 但特大推力困难, 出于技术垄断和军事目的20吨以上推力振动台美国限制对华出口;

电液伺服式 (Hydro-Electric Servo): 频带窄 (0-500 Hz)、能量大、推力大、行程大;

机械式 (Mechanical): 频带窄 (10-100Hz)、行程一般数毫米、噪音大、位移和波形控制不精确;

3. 频响函数的测量

(2) 冲击激励 (Impact Excitation) :

力锤 (Hammer)，适用于小阻尼线性结构。还有夯锤、落锤、摆式冲击锤、小火箭等；

(3) 脉动等 (Environmental Excitation) :

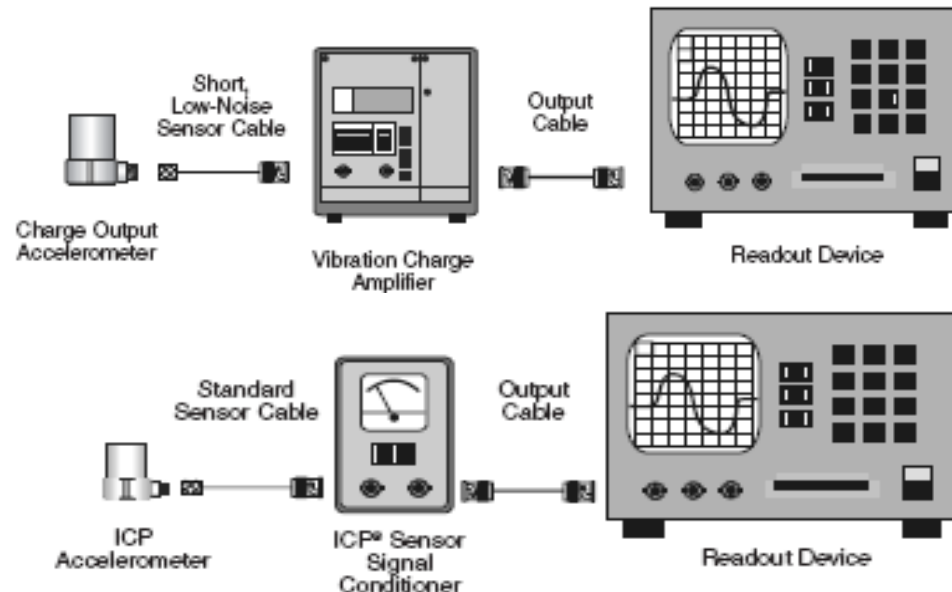
利用大地、地震、人工爆炸模拟地震风等条件引起的振动。

3. 频响函数的测量

1.3 测量系统(Measurement System):

传感器+放大器 (Transducer+Amplifier)

ICP传感器 (内装IC放大电路) (Integrated Circuit Piezoelectric)



3. 频响函数的测量

1.4 分析系统:

(1) 毫伏表、相位计、示波器、滤波器、频率计

(2) 频谱分析仪（模拟式、数字式）：**HP35665A、HP3567A、HP3565S**

(3) 虚拟设备（**PC-Based**软件和硬件集成，可视化虚拟分析仪和显示仪表）

1.5 输出和记录设备:

计算机显示、磁盘、光盘、记录仪、打印机等。

3. 频响函数的测量

Matlab: 支持AD板，但未提供各主要数采和分析硬件制造商的硬件驱动程序。可视化图标式编程（Icon-based Programming）、科学计算、数学仿真、控制算法、神经网络等功能强大。SD公司的Siglab

HP-VEE虚拟试验方案：美国HP公司产品。支持VXI总线（工业标准）的硬件，但该总线硬件种类较少，非标准设备无法集成，如振动台。是系统集成商级的虚拟软件平台。

DasyLab虚拟设备集成平台：德国Iotech公司产品。1996年左右在中国推出。有配套的硬件设备，软硬件价格均较低，性能较高，同时支持多家数采系统硬件，与MatLab、VC、VB兼容。非标准设备无法集成。是用户级的虚拟软件平台。

LabView: 美国NI公司产品。功能强大，是系统集成商级的虚拟软件平台。与MatLab、VC、VB兼容。NI公司是虚拟设备标准的倡导者和制订者。目前在国内外均有大量用户。

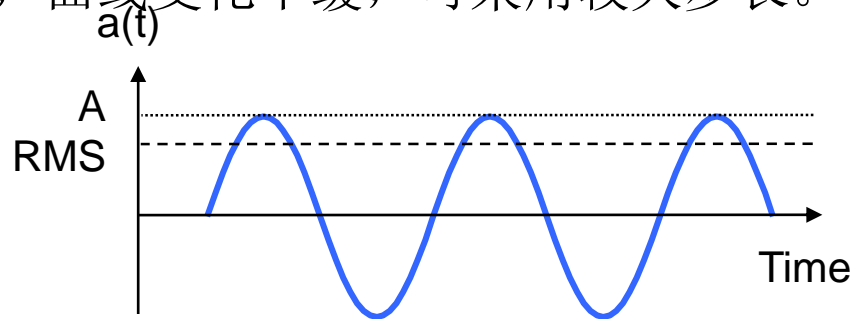
DiaDem: 奥地利产品。1999推出到中国，目前用户较少。已被NI收购。

3. 频响函数的测量

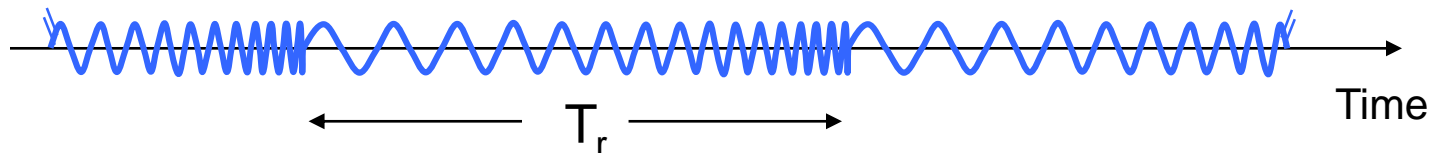
2 激励方式

2.1 步进式正弦激励 (Step Sine Excitation)

单频率激励得到稳态响应。应该采取不等距步长的激励，在共振区，曲线变换剧烈，应该采用小步长，保证半功率点之间至少有3个采样点。在远离共振区，曲线变化平缓，可采用较大步长。



2.2 自动正弦扫描激励 (Auto-Swept Sine Excitation)

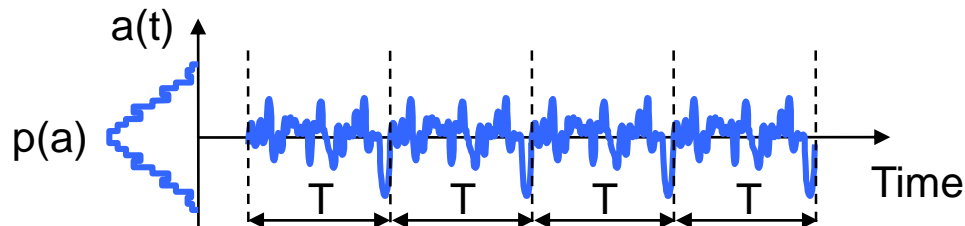


3. 频响函数的测量

2.3 随机激励(Random Excitation)

纯随机(Random), 应采用汉宁窗 (Hanning Window), 难免泄漏 (Leakage)

伪随机 (Pseudo Random 周期随机), 矩形窗 (Rectangular), 可无泄漏。



猝发随机 (Burst Random), 占空比(10%—100%)可调, 与阻尼比有关。矩形窗, 可无泄漏。

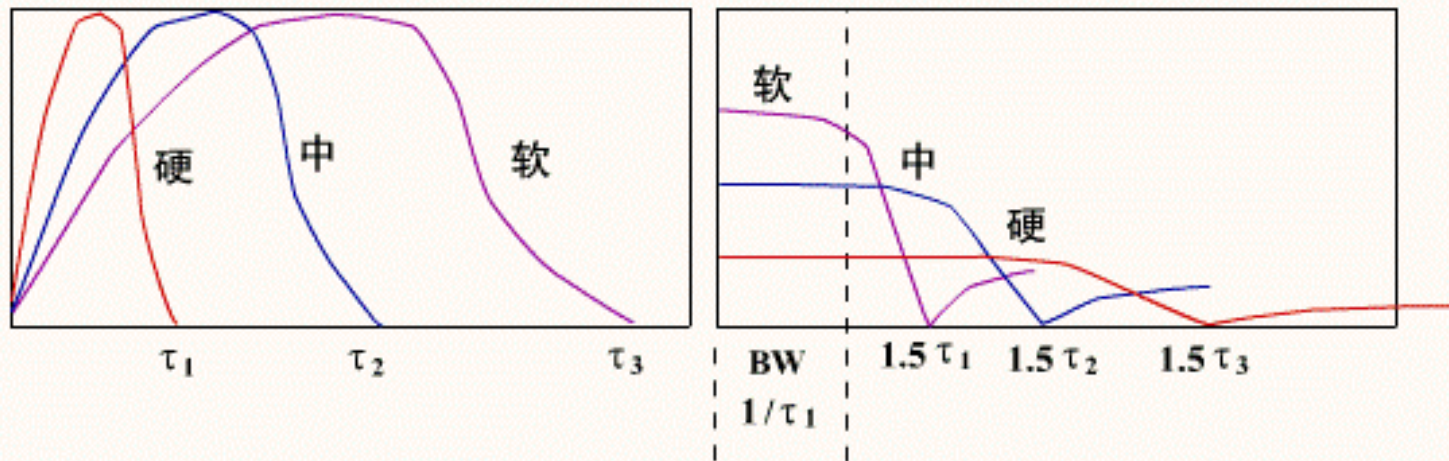


3. 频响函数的测量

2.4 冲击激励 (Impact Excitation)

激励频率: DC ~ ∞ 。

激励的时域波形近似半正弦, 频谱为

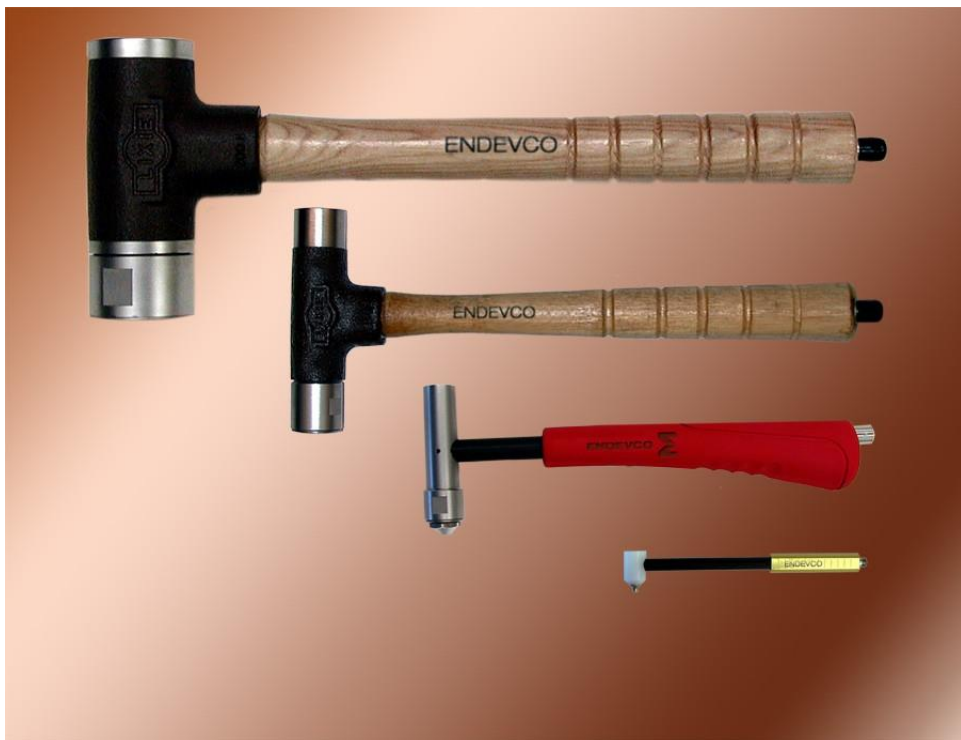


锤重	锤头硬度	冲击时间	BW带宽
力大	软	τ 长	BW窄
力小	硬	τ 短	BW宽

3. 频响函数的测量

2.4 冲击激励 (Impact Excitation)

力锤的使用范围



力锤大小	应用举例
12 lb	大楼、桥梁
3 lb	大型机器设备
1 lb	汽车车架
0.3 lb (通用型)	部件
小型力锤	硬盘, 电路板, 涡轮机叶片

3. 频响函数的测量

3 试件及激振器的支撑

1. 自由支承(Free-Free Support)。

无约束条件对仿真计算容易实现，但需要进行移频处理。试验实现真正自由支承的方法有：气悬浮、磁悬浮、太空无重力环境、自由下落（失重）。

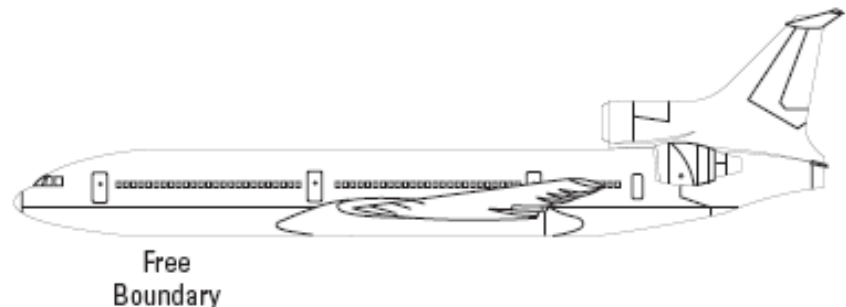
实际支承的最高刚体频率小于结构最低弹性频率的，即可减少基础模态（悬挂系统）对结构模态的影响，实现近似自由支承。因此对于低频模态（小于1Hz）要实现自由支承很困难，但对高频模态实现自由支承很容易。主要方法有：

橡胶绳悬挂。要求橡胶绳足够长、足够软。

软弹簧支承。

海绵垫、橡胶垫支承。

空气弹簧。



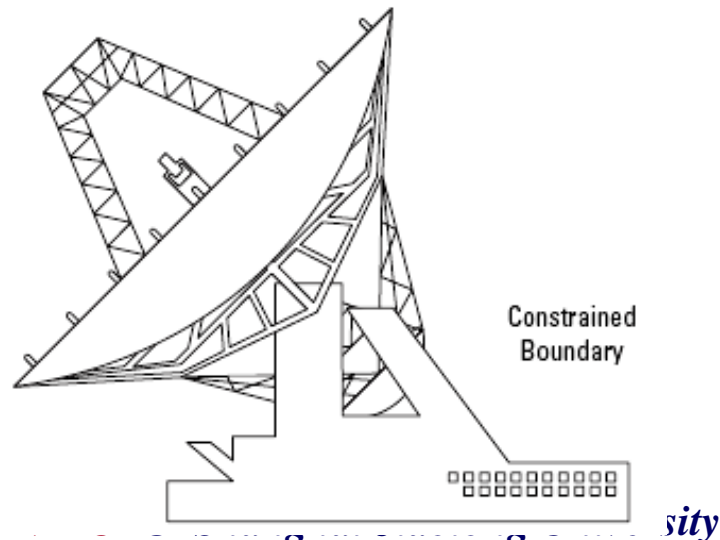
3. 频响函数的测量

3 试件及激振器的支撑

2. 固支支承 (Fixed-Fixed Support)。又称地面支承。

理论上容易实现，仿真计算时只需要将有关自由度约束即可。但实现起来有困难。由于实现固支条件的结构不可能是刚性的，有弹性。因此要实现固支支承，就必须要求支承结构的最低弹性体频率远高于试验结构的最高分析频率。因此要实现高频模态的固支支承是很困难的，一般情况下，中小结构能够实现的固支频率大约是400Hz，特殊条件下小结构固支有可能超过1000Hz，但对大结构要实现固支支承很困难。

3. 实际工作状态支承。



3. 频响函数的测量

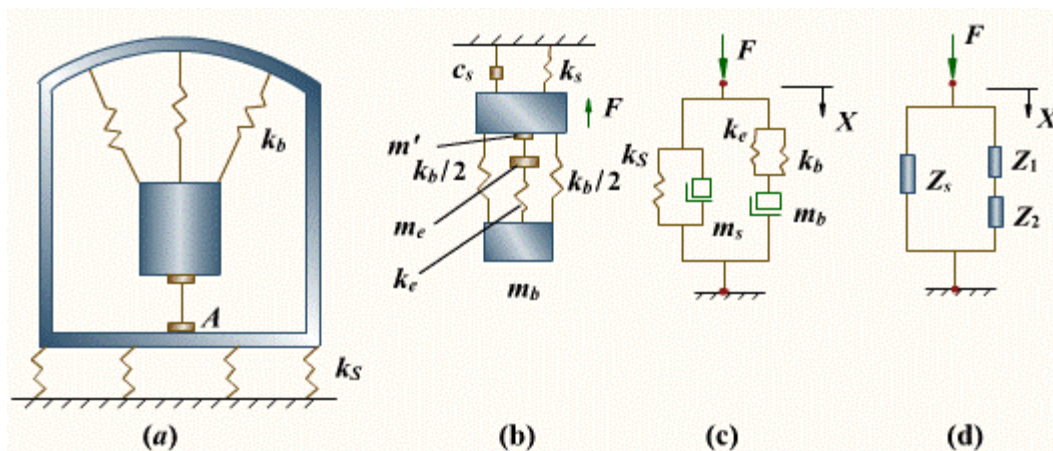
3 试件及激振器的支撑

激振器:

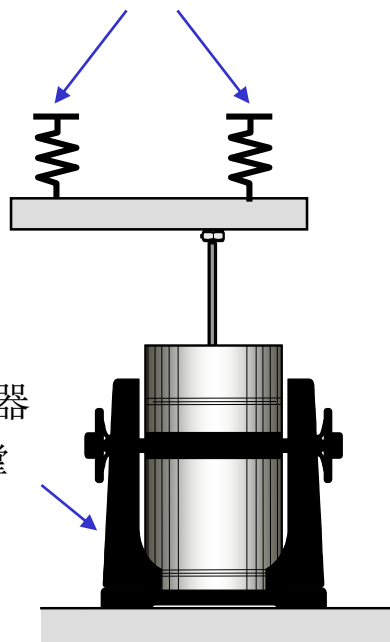
1. 固支在结构物外。
2. 悬挂在结构物外（低频）。

因使激振器悬挂系统的频率远低于结构的激励和弹性体共振频率。必要时可在激振器上附加大的质量块以进一步降低悬挂频率。

3. 采用隔振悬挂在结构物内部。

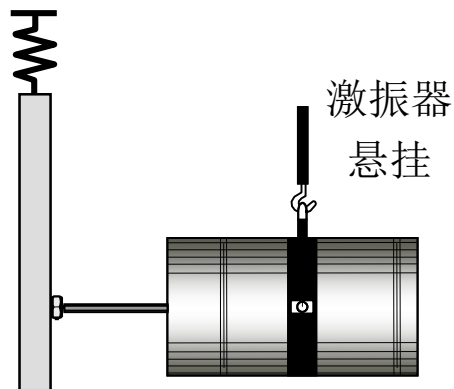


结构悬挂

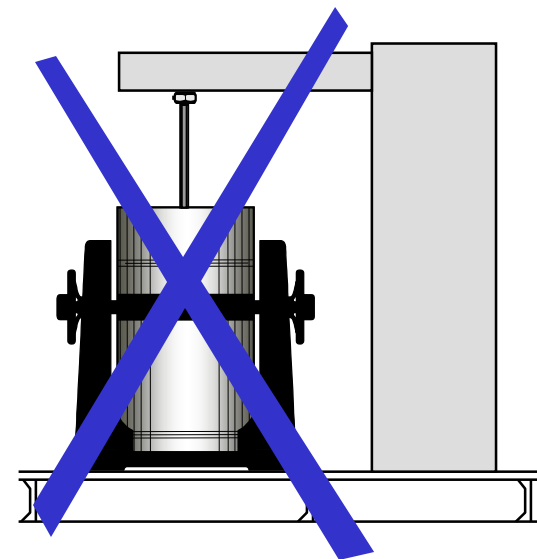


激振器
支撑

结构
悬挂



激振器
悬挂



3. 频响函数的测量



Courtesy DLR



3. 频响函数的测量

传感器安装

螺钉 Stud

粘接 Cement

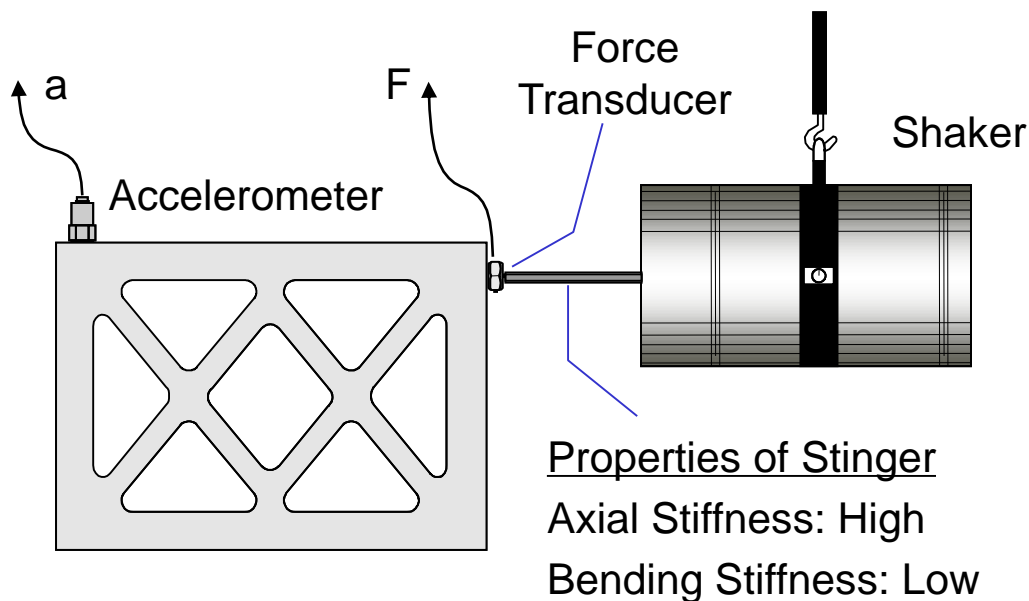
蜂蜡 Wax

磁座 Magnet

力传感器和激振器

螺钉 Stud

连接杆 Stinger



3. 频响函数的测量

4 测点布置与激振点的选择

测点布置

1. 能够较好地反映结构物的构型
2. 能够充分显示结构的模态振型

例：一个梁单元无法求解简支梁的10个模态。计算上一般要求至少20个单元，计算出的20阶模态，只有前10阶准确。

激励点

应避免节点节线。多点激励进行校核。

激励力的选择

在不破坏试件的情况下，尽可能大的激励力，有助于提高信噪比。
不同大小的激励力，可以定性考查结构非线性的程度

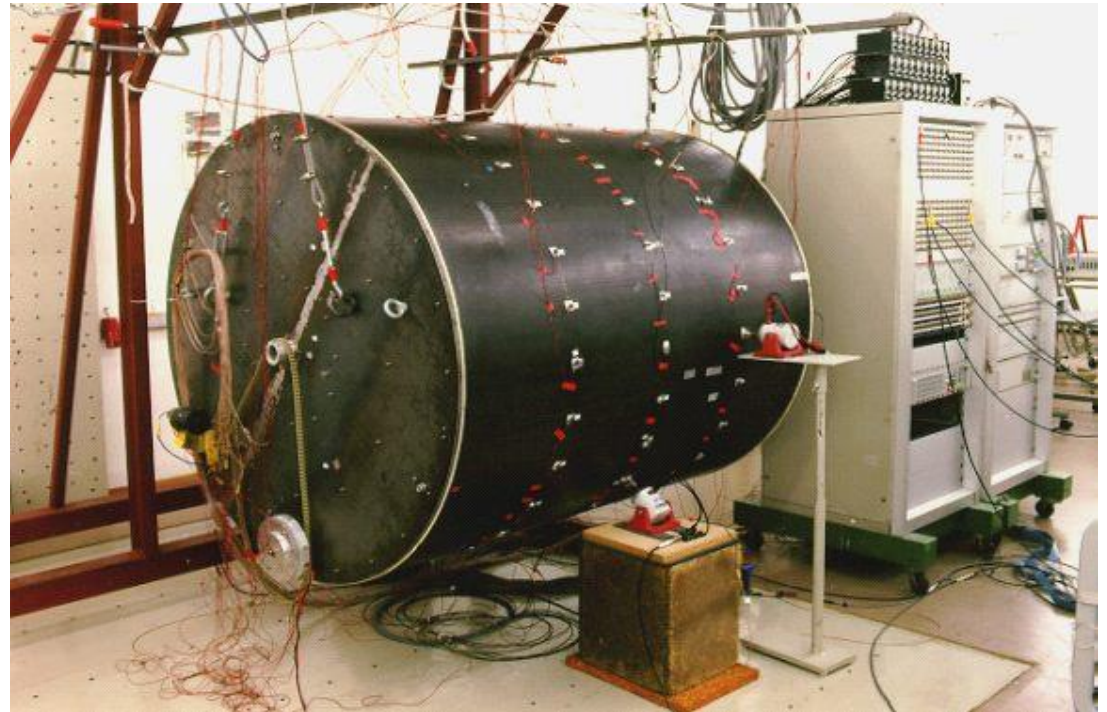
3. 频响函数的测量

需要多点激励的情况：

- 1、重频、密频；
- 2、结构巨大，需要大的能量激励；
- 3、一激励点为某阶感兴趣模态的节点。



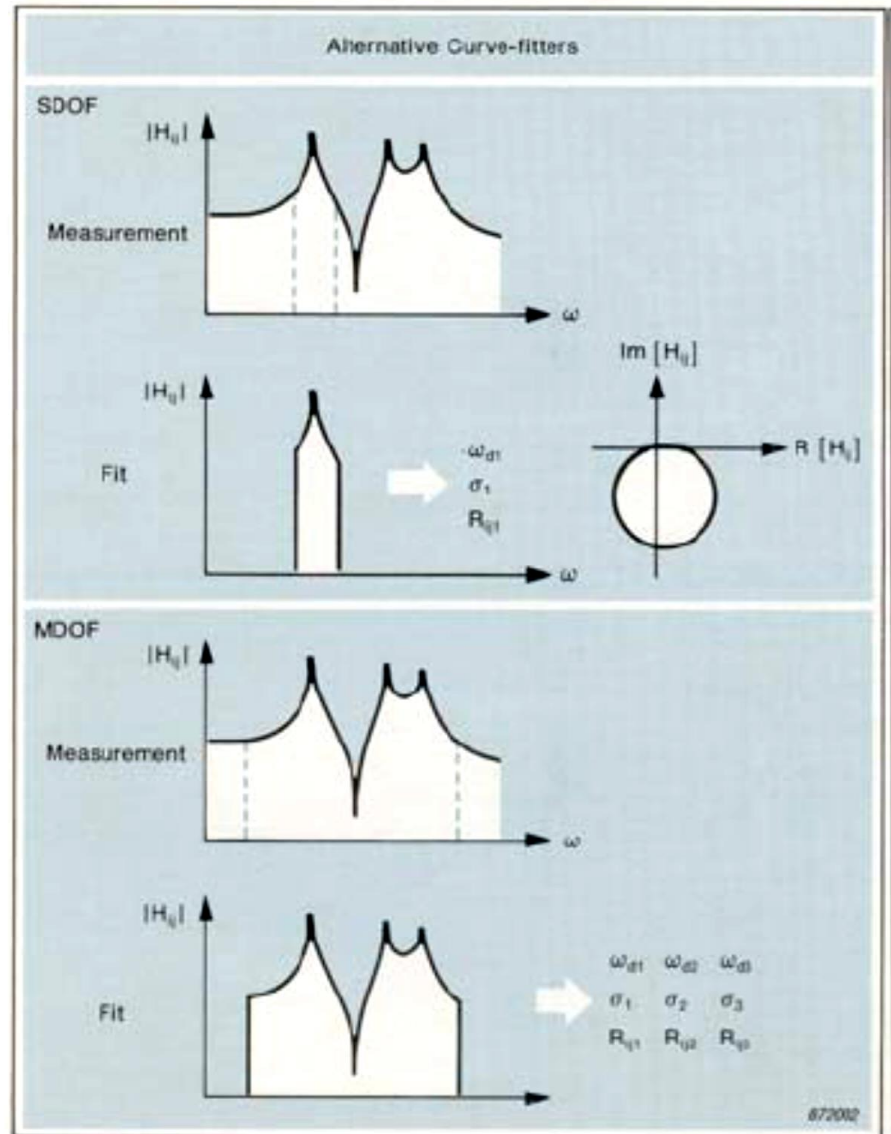
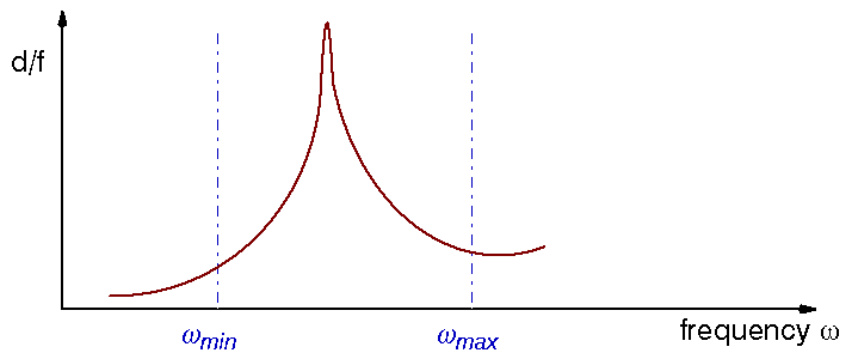
第0章 火箭姿态控制初步



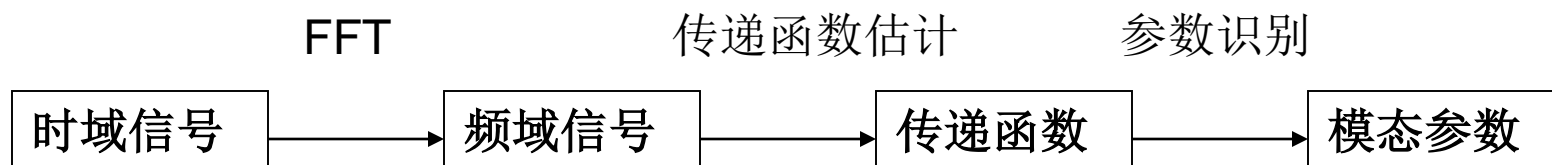
4. 曲线拟合方法

单自由度拟合法SDOF

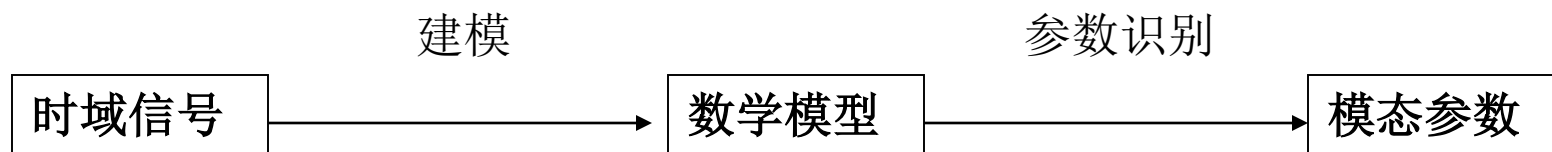
多自由度拟合法MDOF



频域法:



时域法:



4. 曲线拟合方法

频域方法：基于FRFs数据的方法

经典方法，分析仪厂商自65年起开发。

如美国HP系列分析仪：3560、35665、35670、3565s、5423等；

丹麦 B&K公司的模拟分析仪；

SISO、SIMO、MIMO识别方法；

最小二乘频域法LSFD

结构系统参数识别ISSPA

复模态指数函数CMIF

利用输入和输出数据进行模态参数识别

单输入/单输出识别法 (SISO)

单输入/多输出识别法 (SIMO)

多输入/多输出识别法 (MIMO)

4. 曲线拟合方法

时域方法:

基于IRFs或Free Decay及Free Response数据的方法，多见于研究、分析仪选用软件、虚拟设备软件模块中

如：比利时鲁文大学LMS-CADX模态分析软件系统中

美国GenRad公司

Star公司的模态分析软件

方法主要有:

Ibrahim 时域法ITD、STD（70年代Ibrahim发展的方法）

特征系统实现算法ERA方法（NASA发展的方法）

多参考点最小二乘复指数法LSCE

时域直接参数识别TDPI

4. 曲线拟合方法

峰值共振法（SDOF），频响函数的幅频和相频法

- (1) 固有频率
- (2) 模态阻尼
- (3) 模态向量
- (4) 模态刚度和模态质量

$$\{\varphi\}_r = \begin{Bmatrix} \varphi_{1r} \\ \varphi_{2r} \\ \vdots \\ \varphi_{Nr} \end{Bmatrix} = \frac{1}{H_{pp}(j\omega_r)} \begin{Bmatrix} \pm H_{1p}(\omega_r) \\ \pm H_{2p}(\omega_r) \\ \vdots \\ \pm H_{Np}(\omega_r) \end{Bmatrix}$$

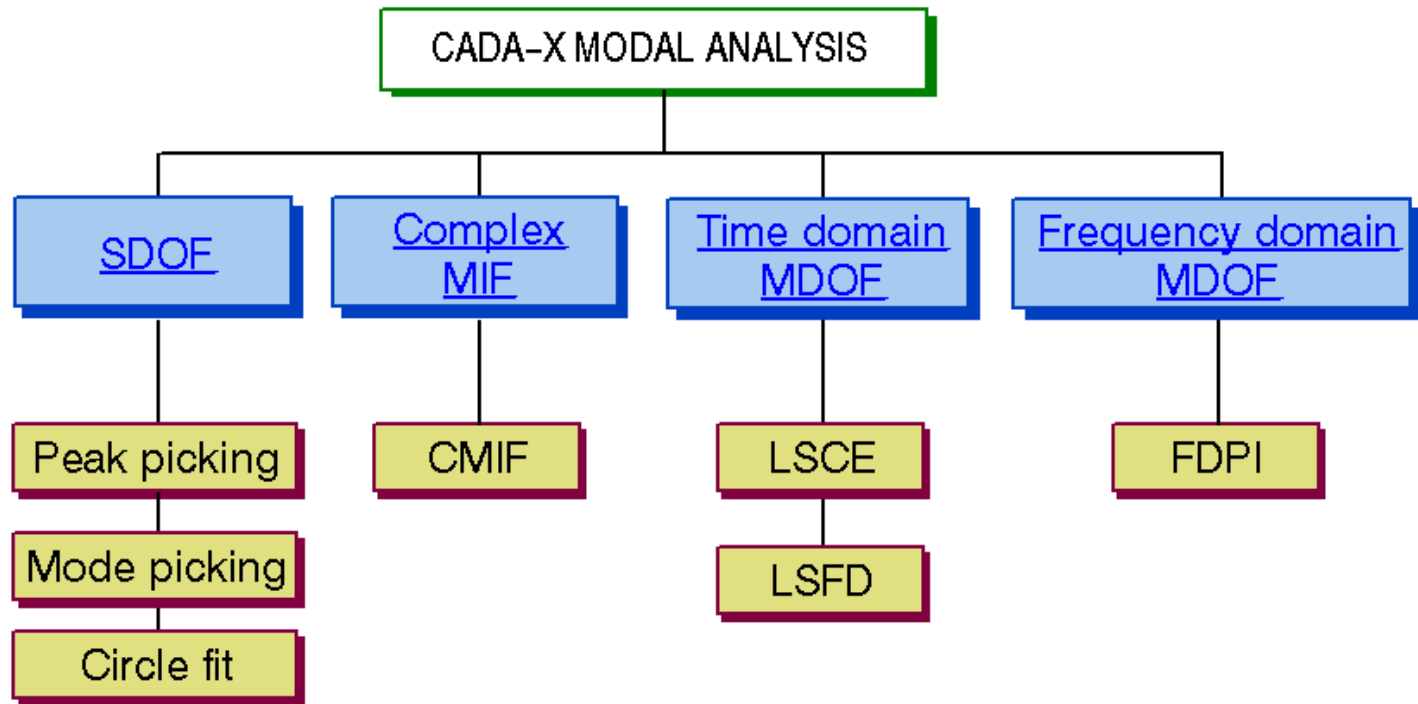
4. 曲线拟合方法

正交分量法（SDOF），频响函数的实频和虚频法

- (1) 固有频率
- (2) 模态阻尼
- (3) 模态向量
- (4) 模态刚度和模态质量

$$\{\varphi\}_r = \frac{1}{H_{pp}^I(\omega_r)} \{H_{lp}^I(\omega_r)\}$$

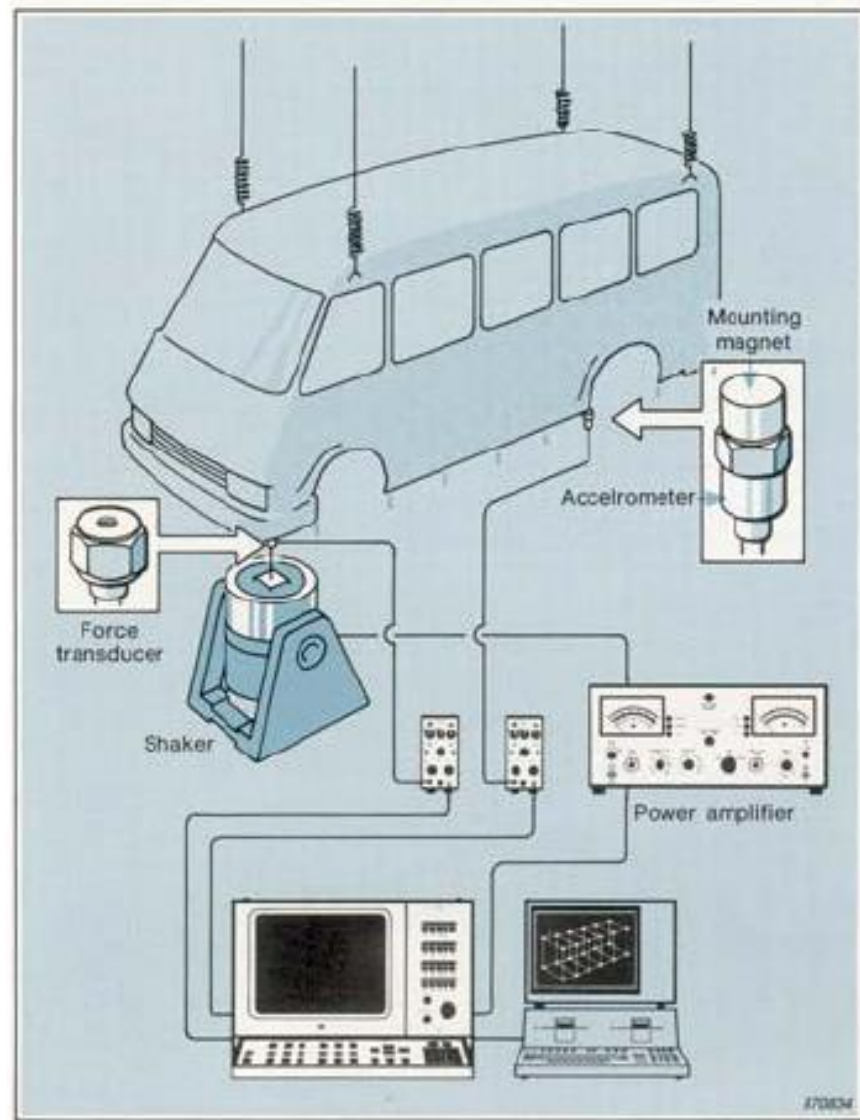
4. 曲线拟合方法



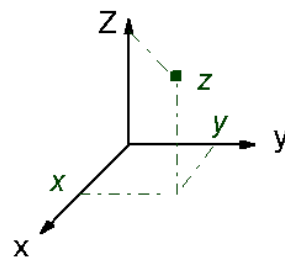
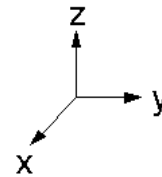
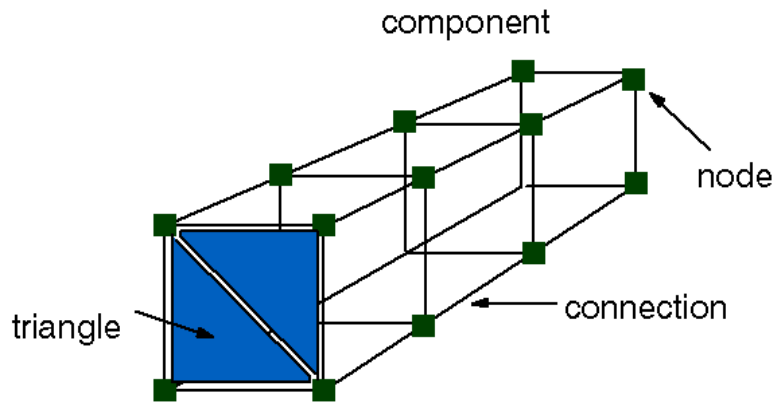
5. 模态试验过程

试验准备:

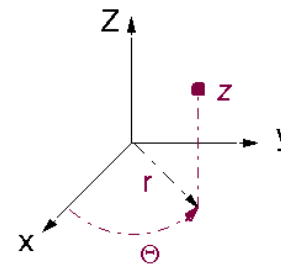
几何模型建立
自由度选择
试件支撑选择
选择激励方式
激励位置确定, 力传感器联接
相应传感器安装
传感器的调理与标定



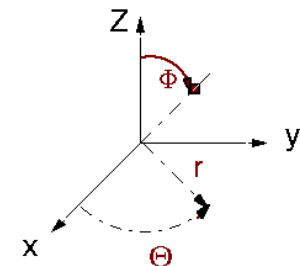
5. 模态试验过程



Right handed
Cartesian

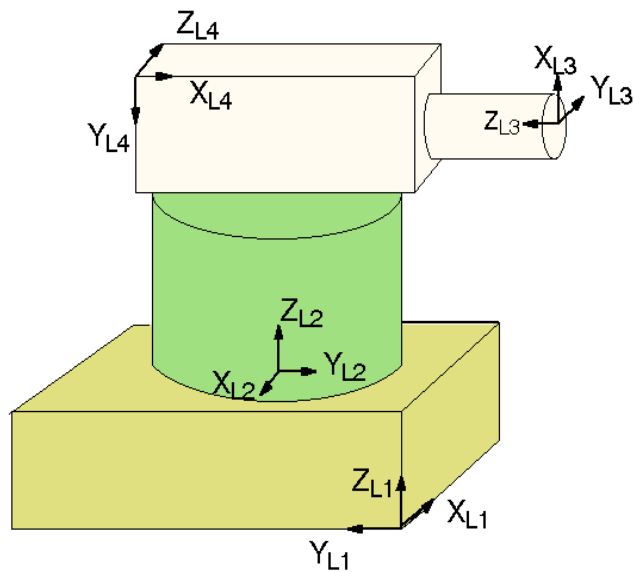


Cylindrical

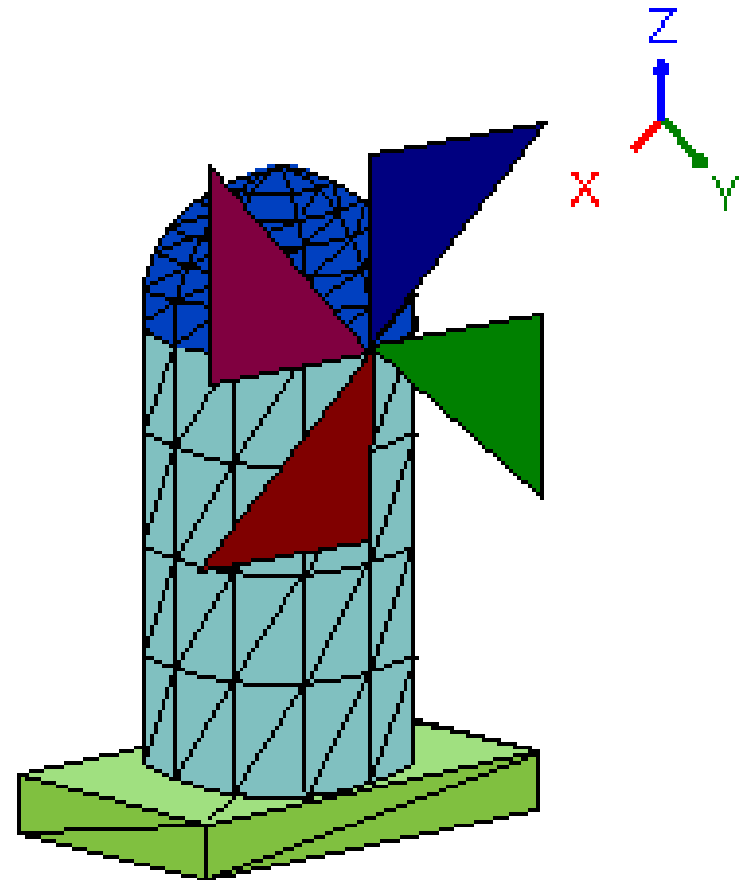
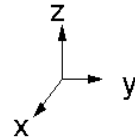


Spherical

5. 模态试验过程



global system



5. 模态试验过程

参数设置:

设置信号分析仪

选择测量的平均方式

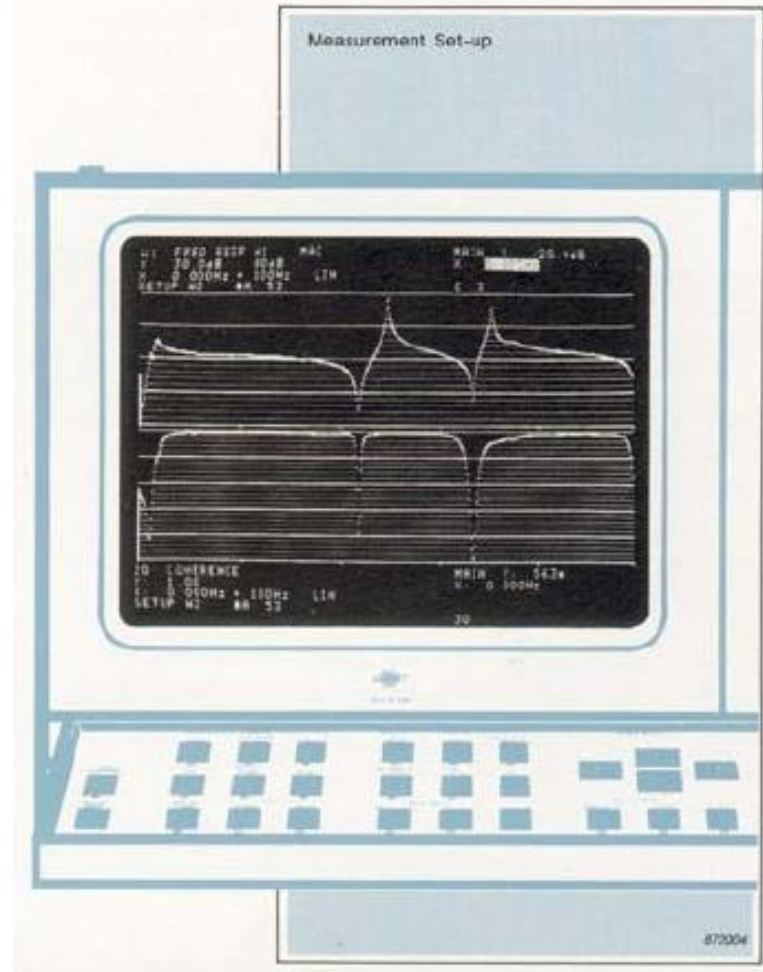
触发方式

频率范围

加权

测点与结点设置

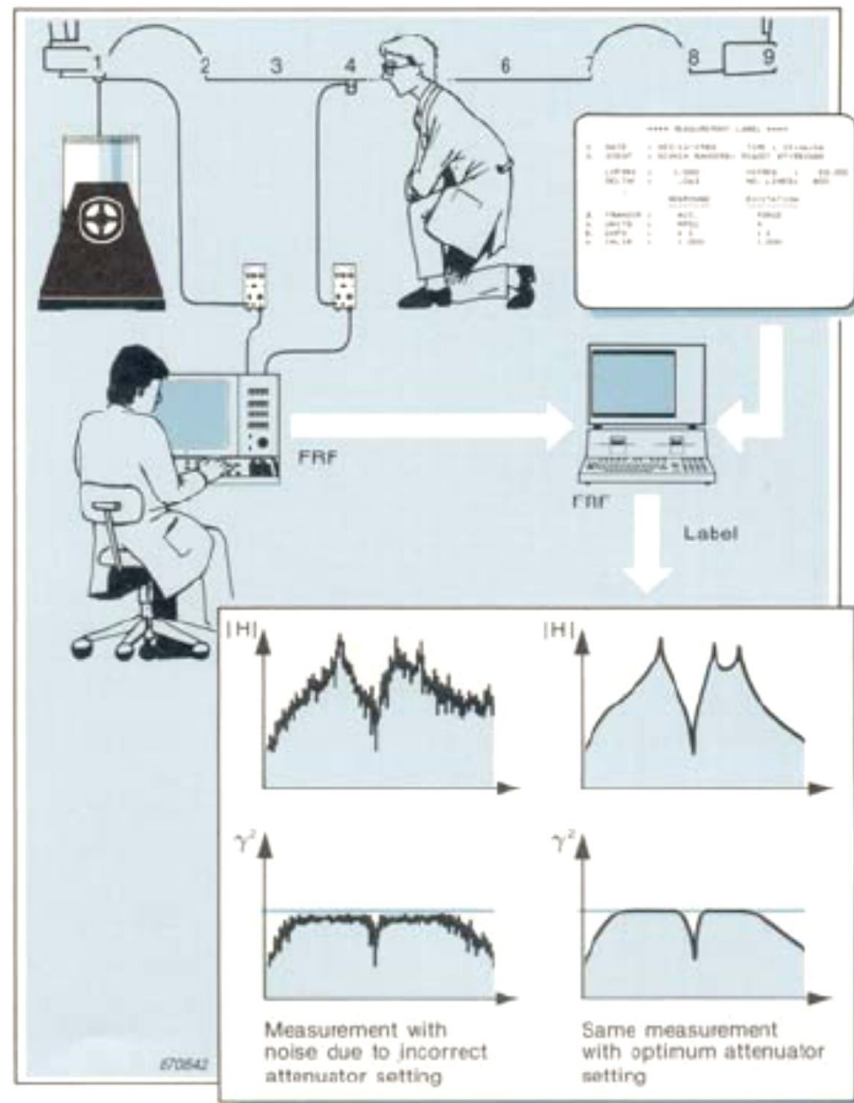
信号源



5. 模态试验过程

频响函数测量:

系统复杂性检测
频响函数的测量
数据存储



5. 模态试验过程

模态拟合:

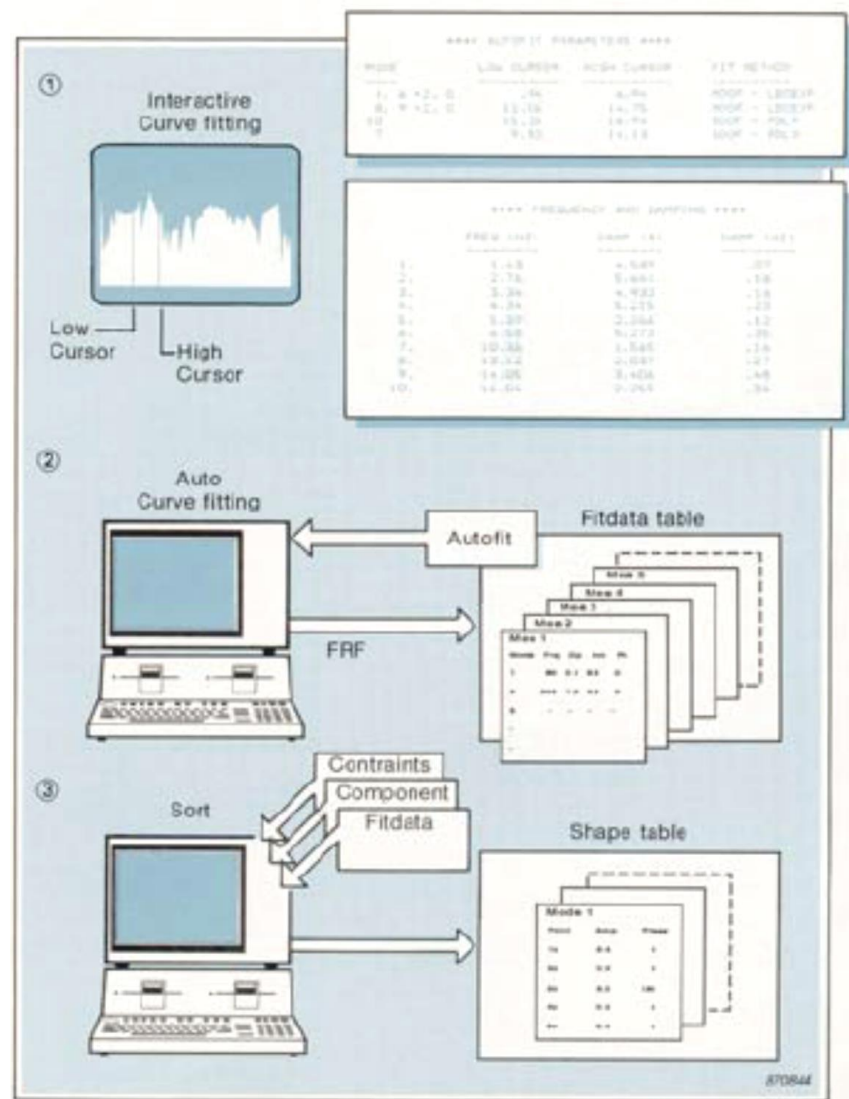
选择拟合方法

交互数据拟合

自动数据拟合

分拣振型

数据验证



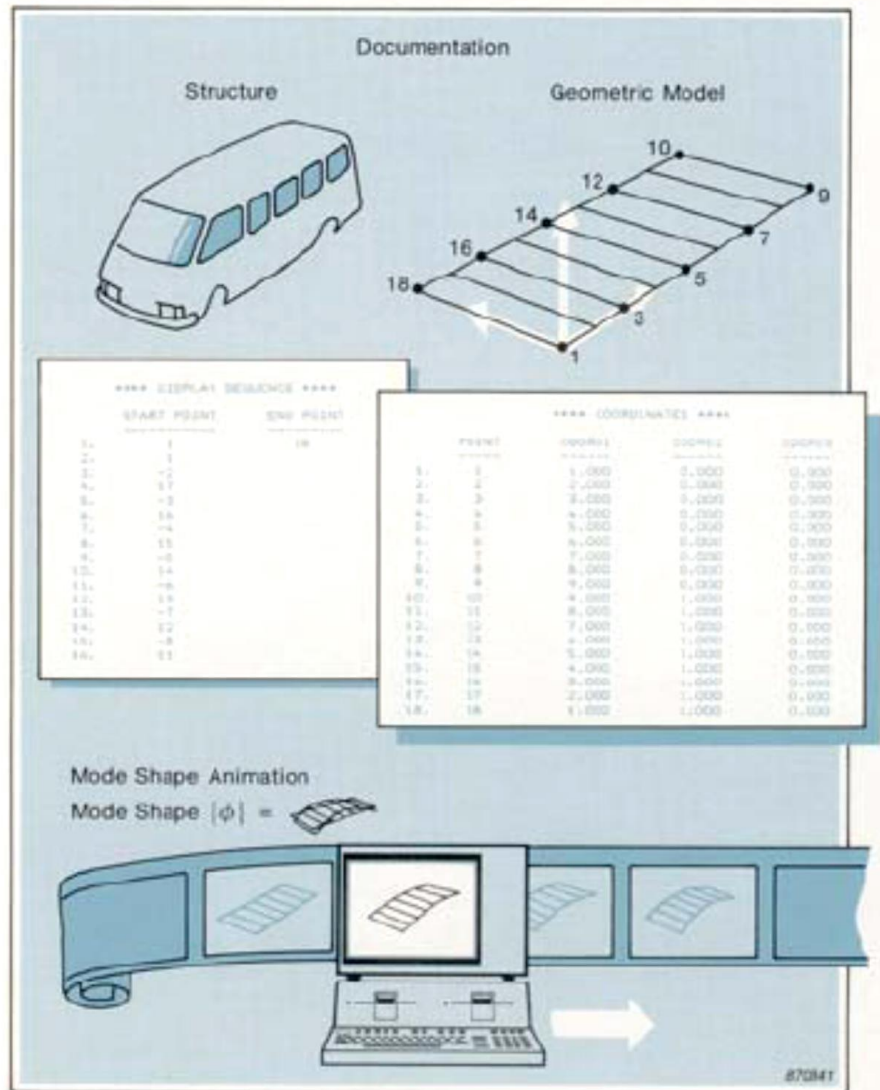
5. 模态试验过程

试验报告:

模态参数输出

动画演示

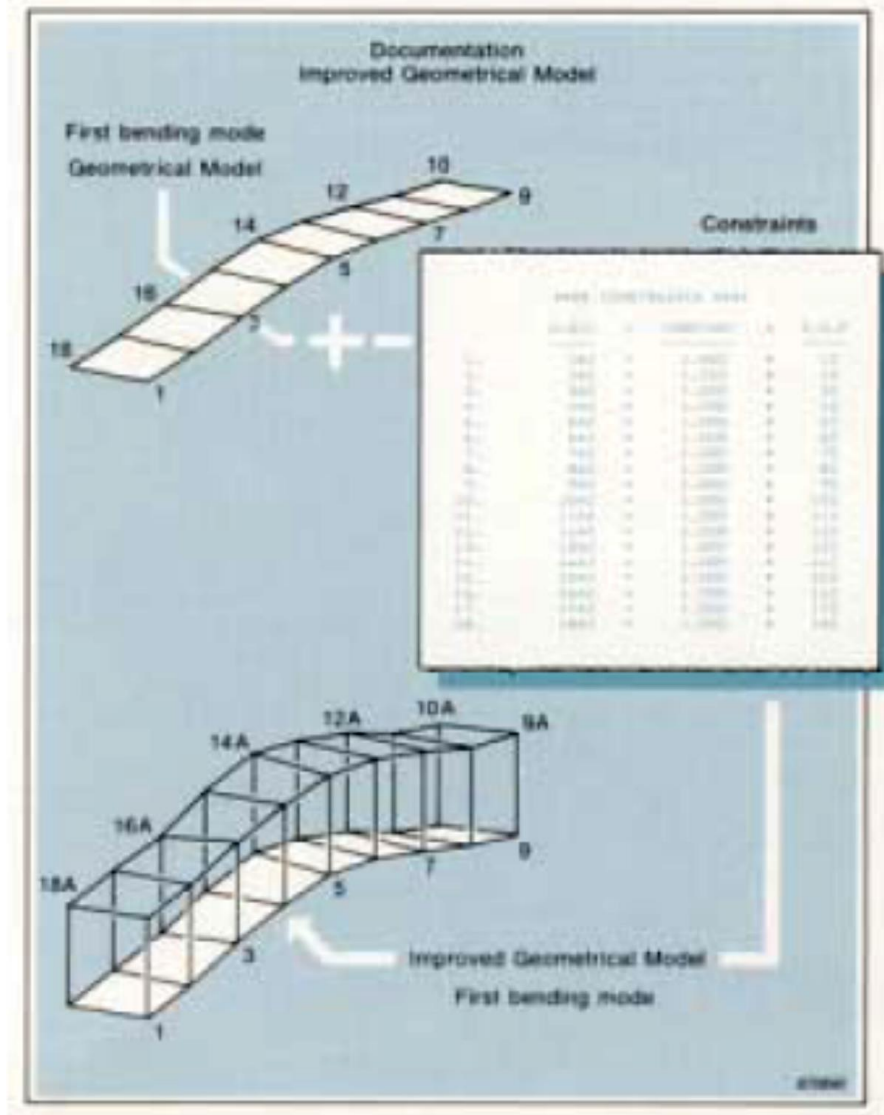
报告输出



5. 模态试验过程

试验应用:

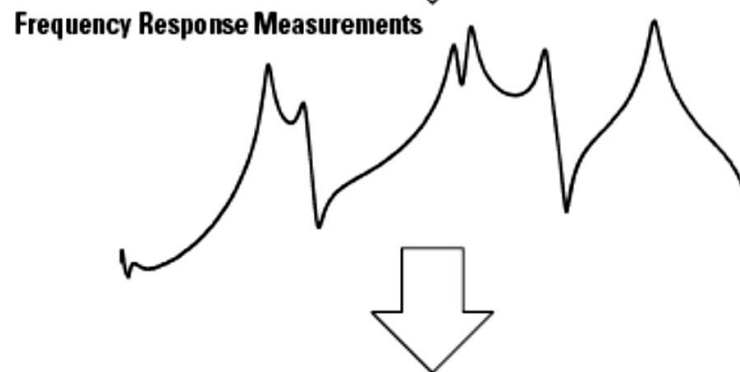
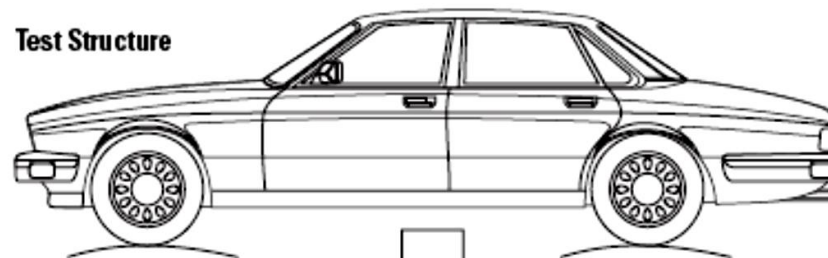
几何模型的改进
与动力学仿真对照



2.基本概念

模态试验的过程

- (1) 频响函数的测量
- (2) 曲线拟合
- (3) 模态参数计算
- (4) 结果输出、动画显示
- (5) 结果验证 ...

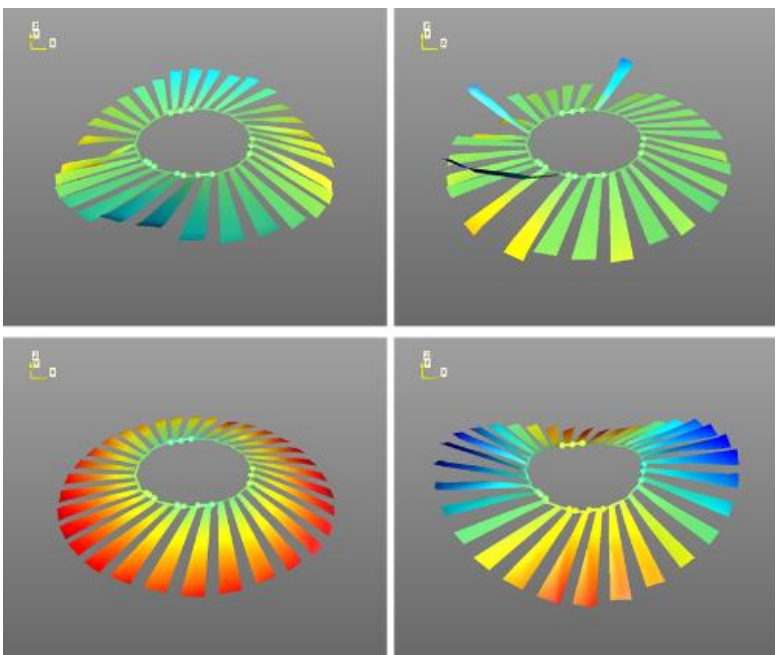
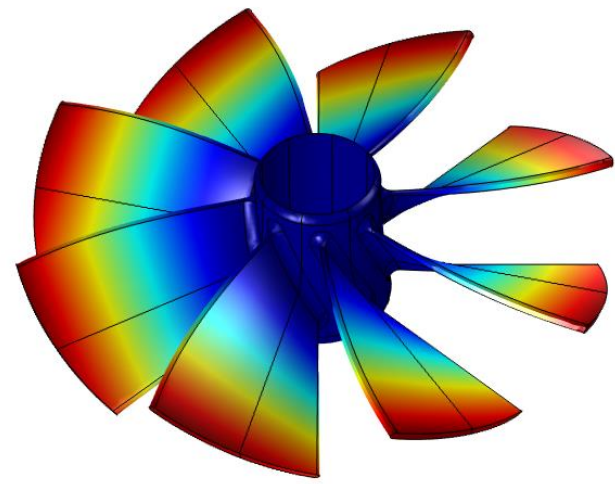


Curve Fit Representation

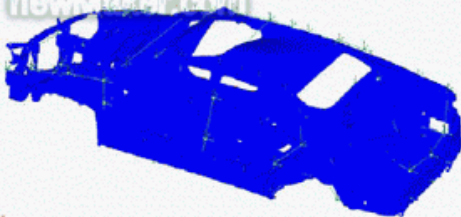
$$H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{ir} \phi_{jr}}{m_r (\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}$$

Modal Parameters

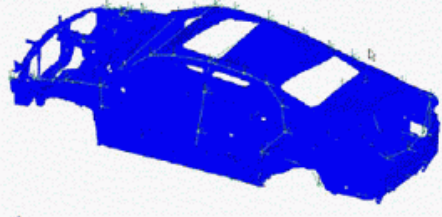
- ω — Frequency
- ζ — Damping
- $\{\phi\}$ — Mode Shape



newMaker.com

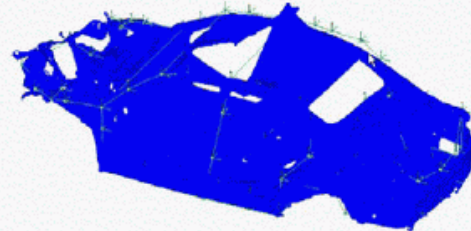
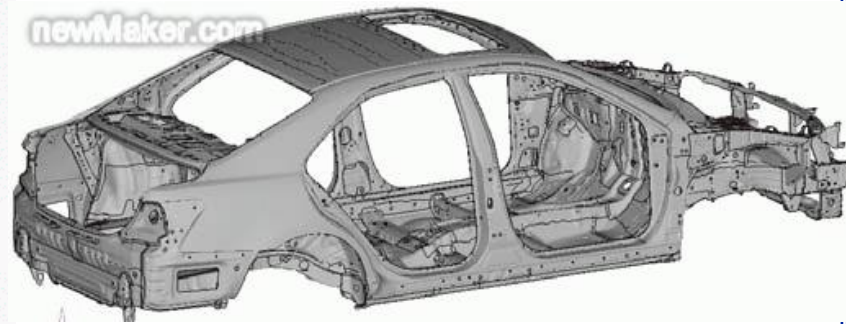


MAC1: FEA 25.5Hz, EMA 26.4Hz, 地板一阶扭转, 顶棚Y向弯曲

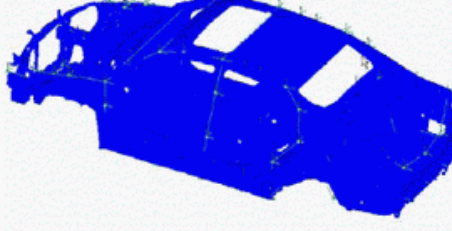


MAC2: FEA 28Hz, EMA 29.4Hz, 一阶主扭模态

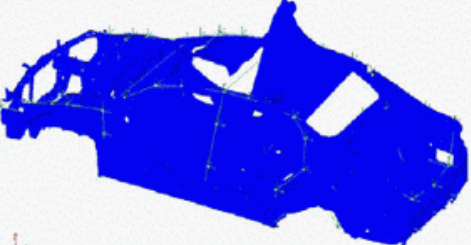
newMaker.com



MAC3: FEA 41.3Hz, EMA 40.1Hz, Y向弯曲、前端扭转

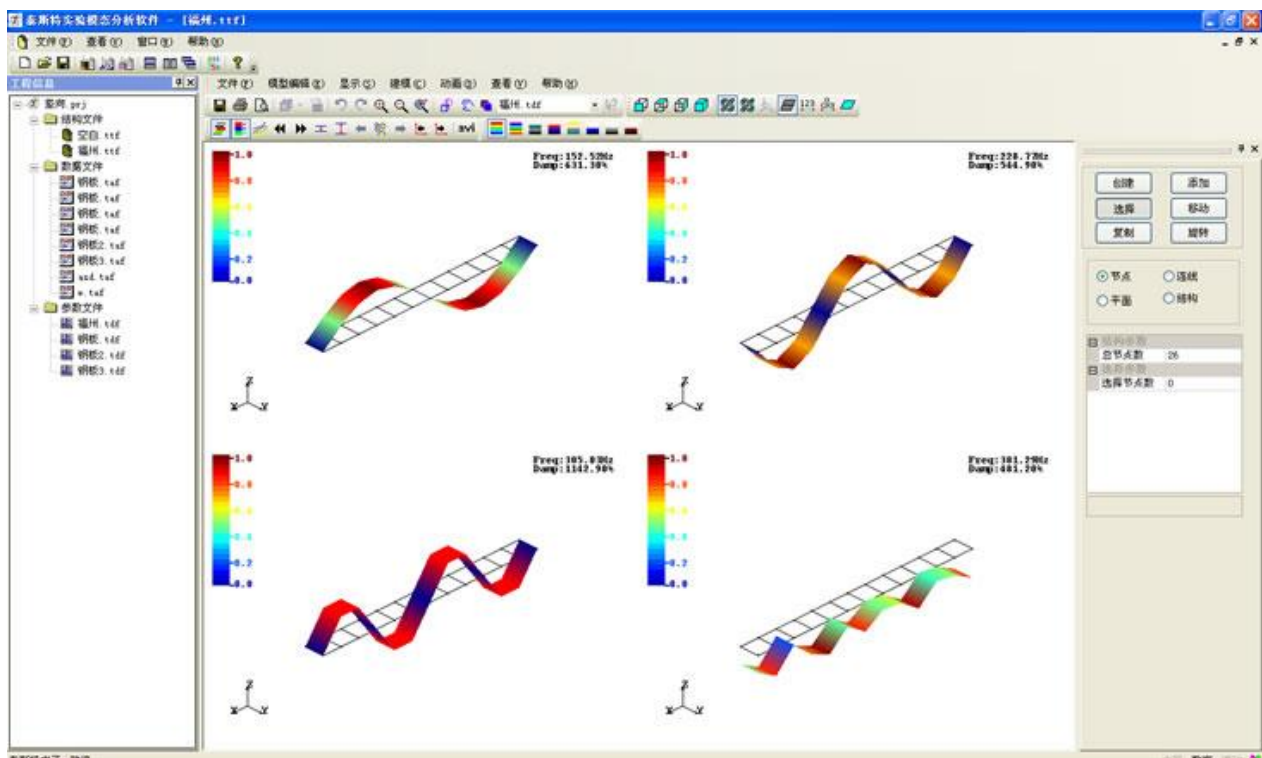
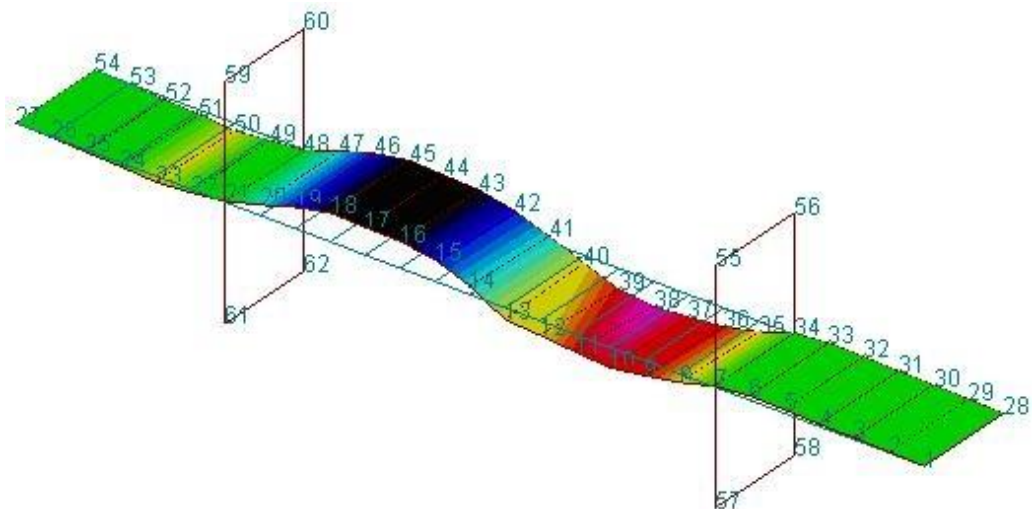


MAC4: FEA 41.3Hz, EMA 40.1Hz, Y向弯曲、前端扭转

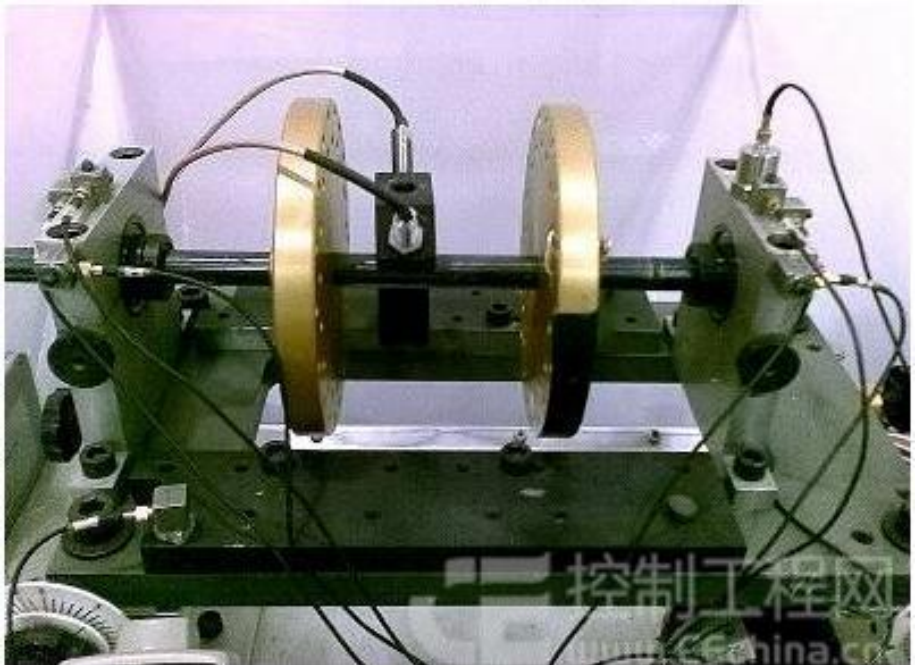
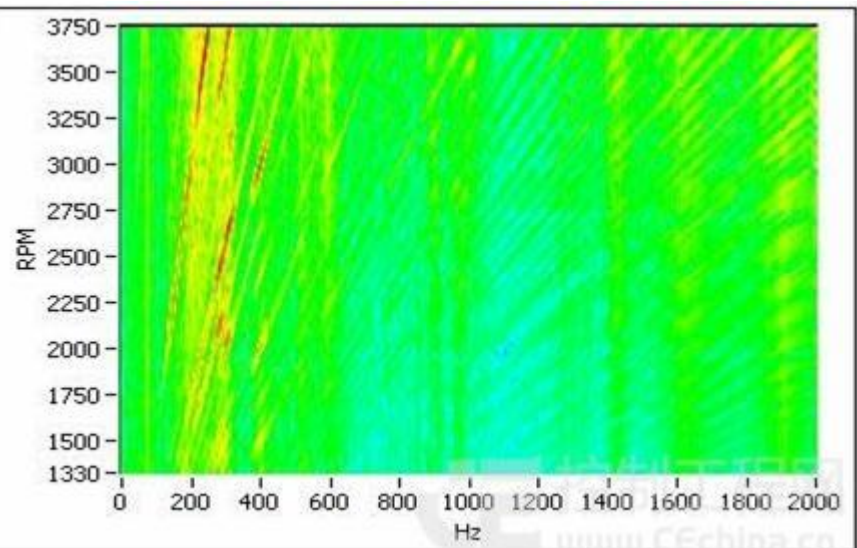
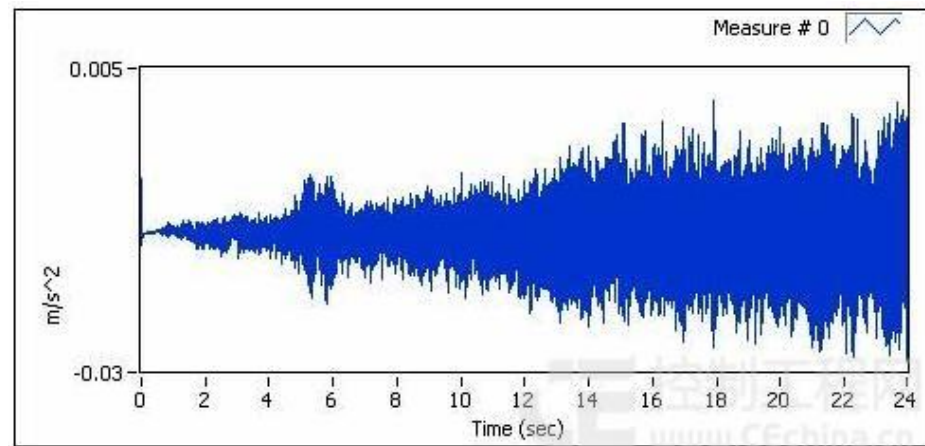


MAC5: FEA 51.8Hz, EMA 48.9Hz, 前端及顶棚扭转

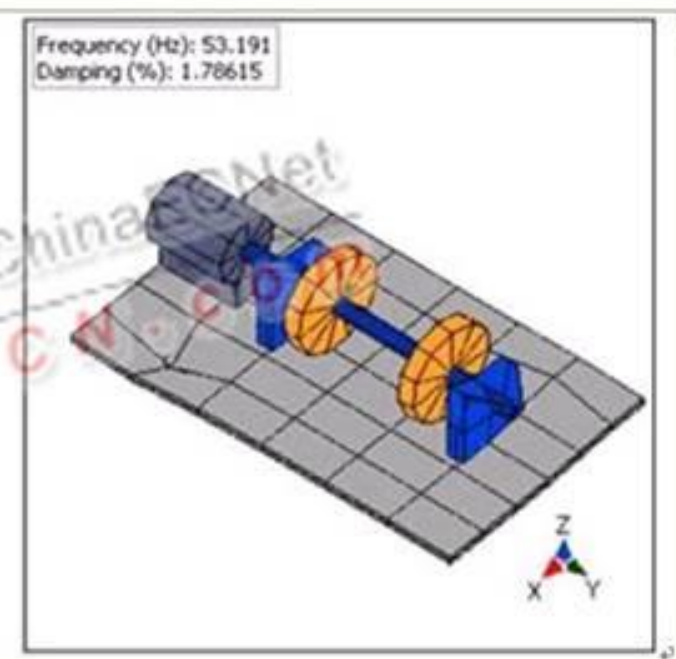
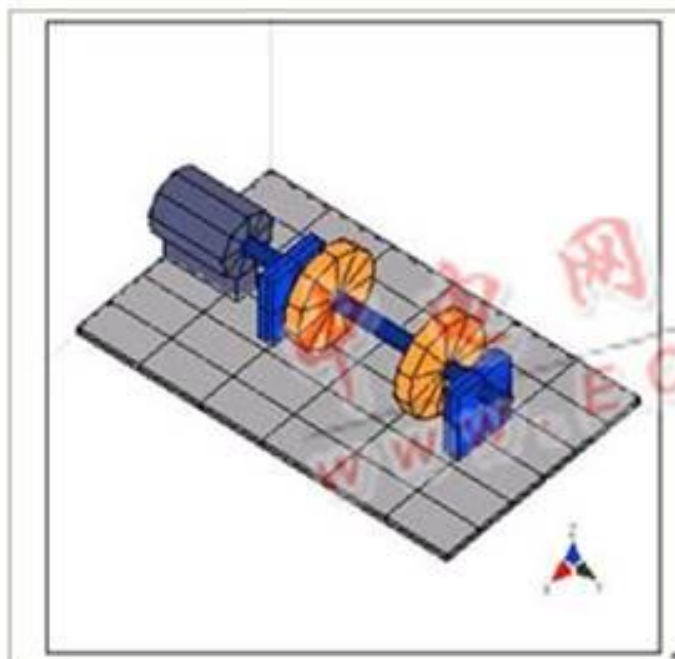
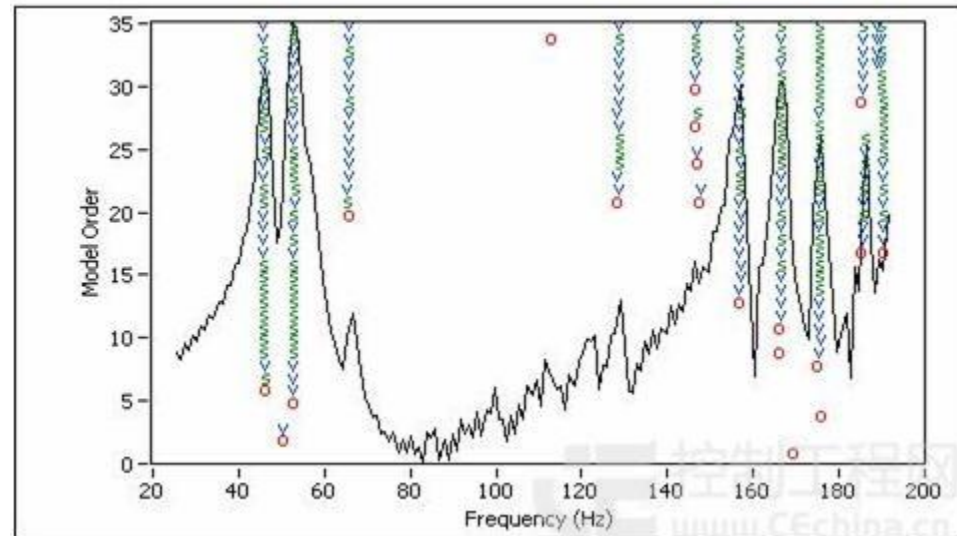
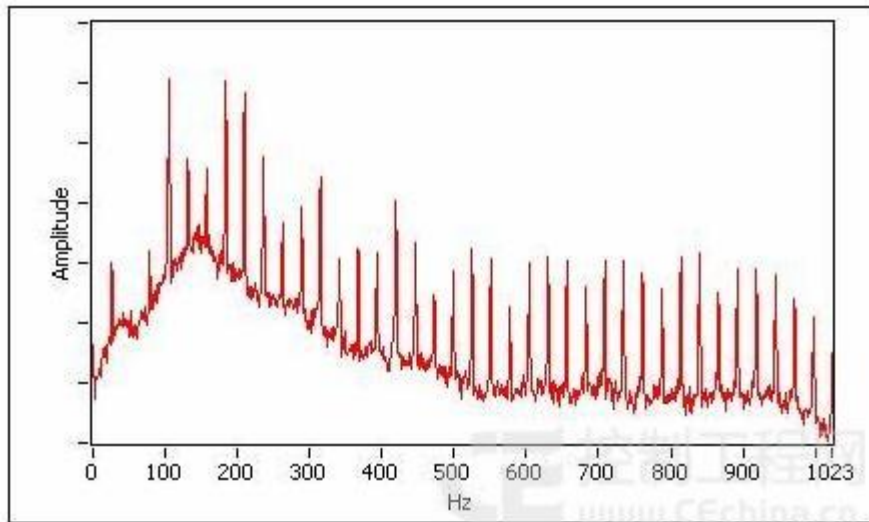


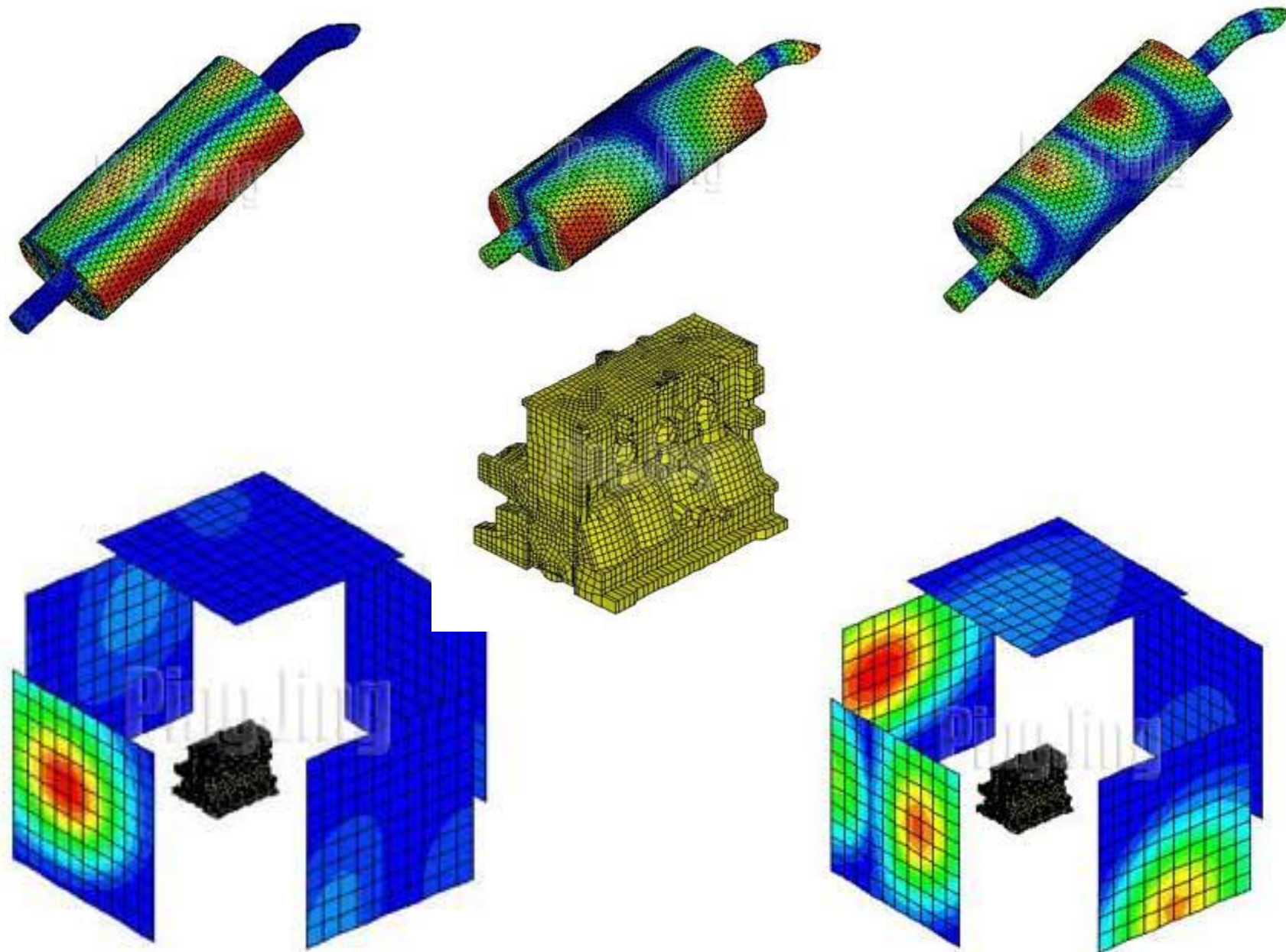


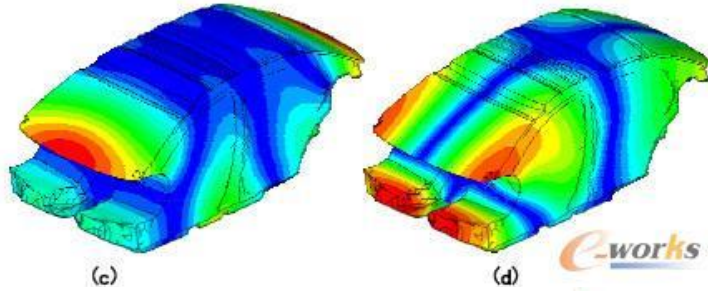
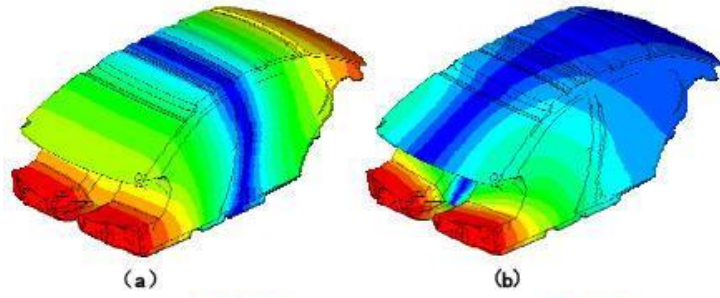
第8章 实验模态分析初步



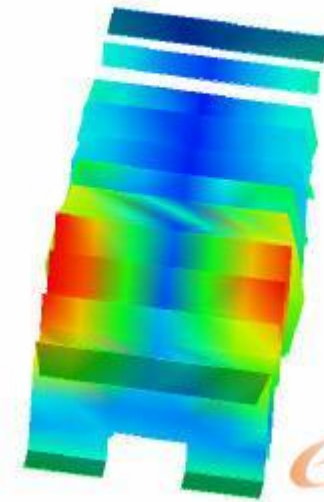
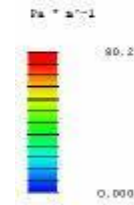
第8章 实验模态分析初步



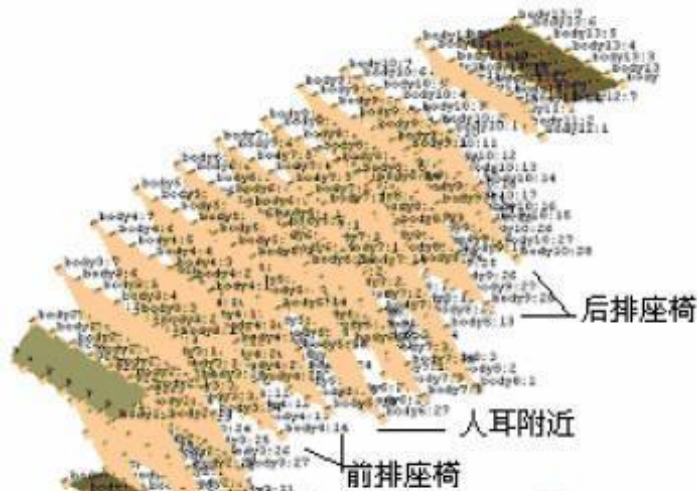




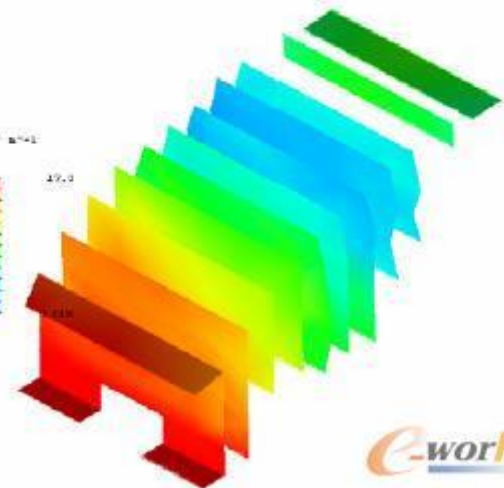
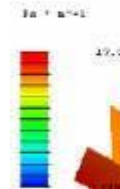
e-works



e-works



e-works



e-works

6. 模态参数的应用

强迫响应分析

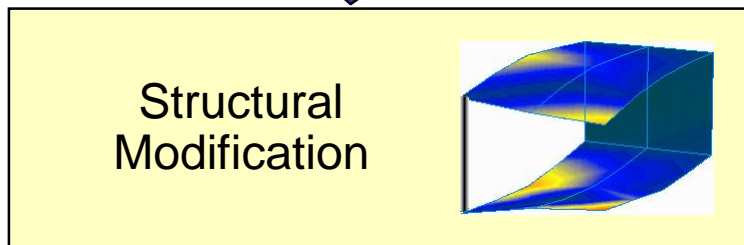
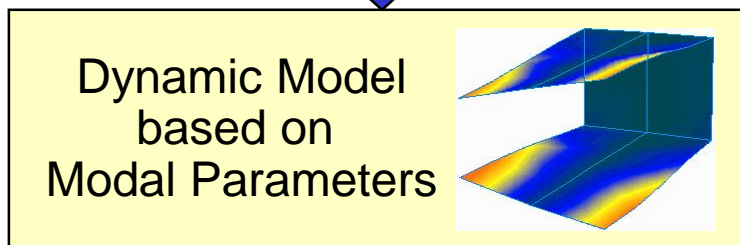
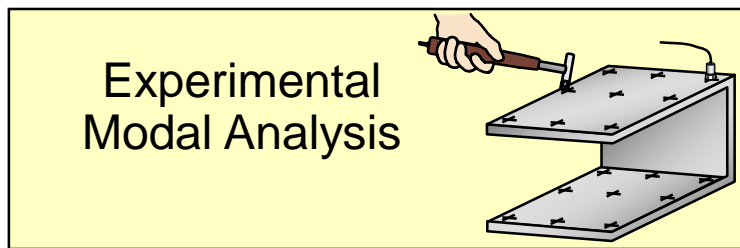
在正常或特定载荷下的响应，某一频率下的结构变形等

灵敏度分析

确定在哪个部位进行某种形式的修改最为有效

结构动力学修改与集成

用以预测已知系统修改后或已知子系统集成后的系统动态特性



Hardware Modification
Resonance Specification

Simulate Real
World Response

专业模态软件

LMS Test.lab 10 测试与分析软件

Polytec 8.5 激光测振软件

FEMtools 3.5

EMA和FEA相关性分析、灵敏度分析、优化设计

混合仿真技术

Virtual.Lab是LMS公司开发的基于CATIA V5平台的集成仿真CAE平台，主要有：

Acoustics（声学）

Durability（耐久性）

Motion（多体动力学）

Vibration（振动）

仿真模态与试验模态相关性分析，修正有限元模型，接近模型的混合装配计算等

Structure（有限元前后处理）

Desktop（桌面）

Optimization（优化）等模块工程