

# 模态分析理论与试验基础

Guangwei Hong

HQSignal R&D

# 主要内容

- 模态分析概念
- 数据测量与处理
- 模态试验步骤

# 模态分析的一些概念

- 什么是模态分析
  - 自由度与多自由度系统
  - 模态矢量
  - 实模态和复模态
  - FRF矩阵描述
  - 模态分析的概念
- 模态估计方法
  - 模态估计的一些概念
  - 时域 ODS, 频域 ODS
  - 工作状态模态分析 (OMA)

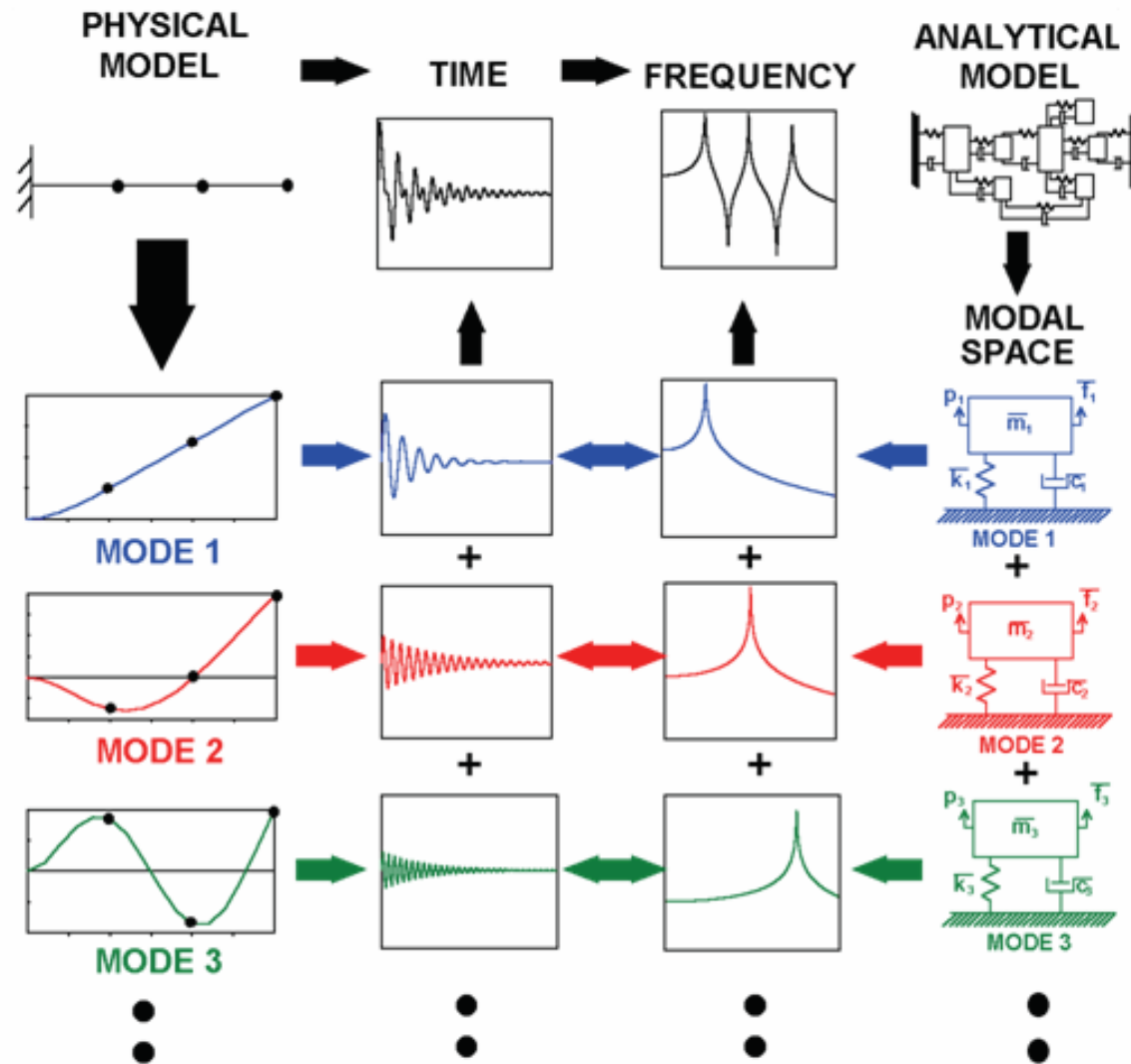
# 试验中的数据测量

- **试验类型**
  - 力锤冲击试验，激振器试验
  - 三轴向移动测量
- **数据采集与激励**
  - 采样定理
  - 抗混叠滤波
  - 频率分辨率
- **FRF测量**
  - 加窗与平均运算
  - 激励信号，相干函数
  - 力锤双击的影响

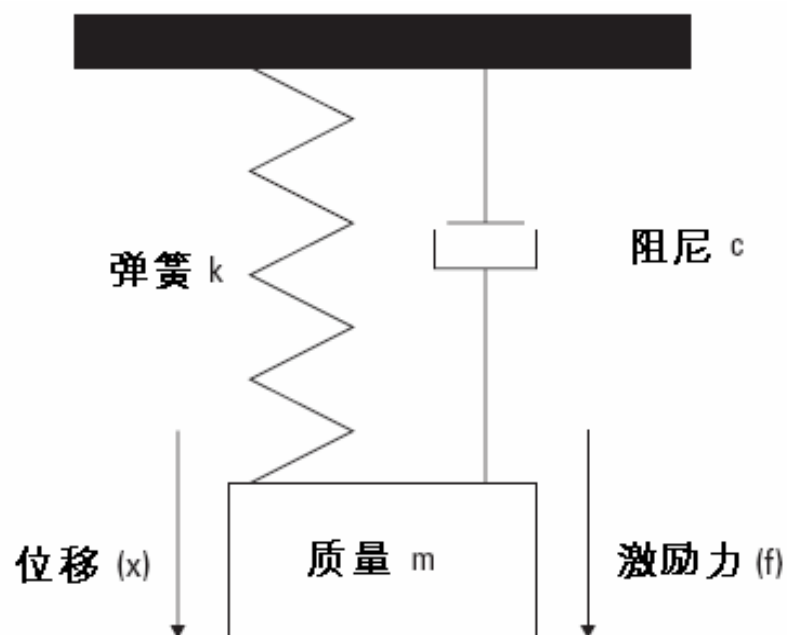
# 模态试验步骤

- 建立结构模型
  - 分配自由度
  - 设定测量方向
- 数据测量
- 模态分析
- 模态验证

# 什么是模态分析



# 单自由度系统



运动方程:

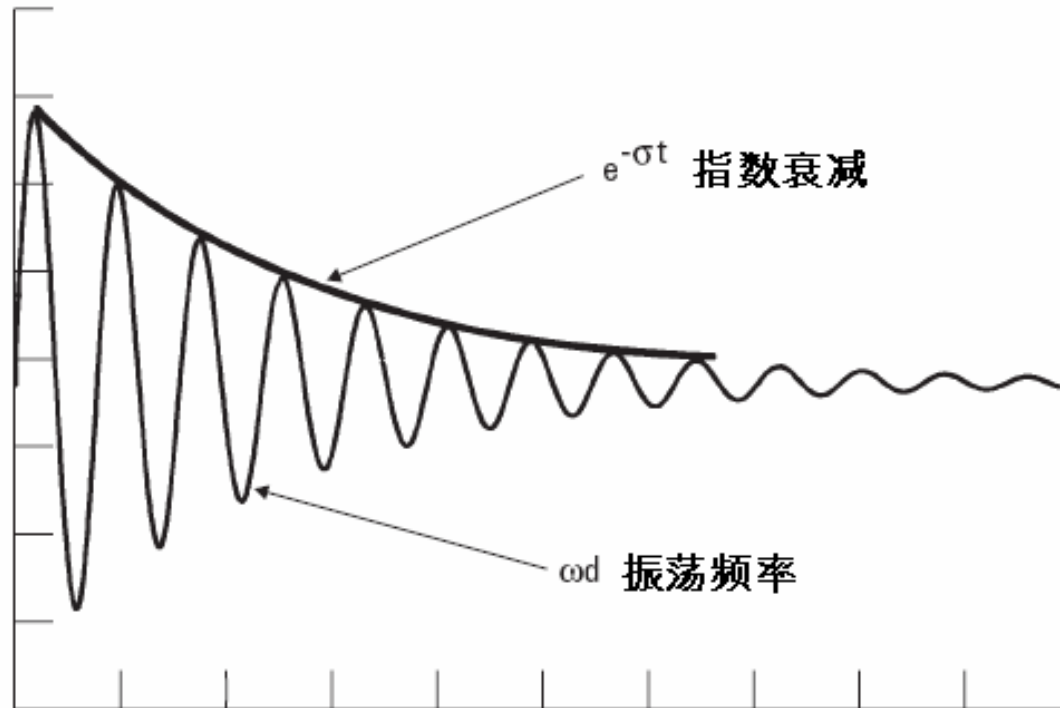
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$$

模态参数:

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m}$$

$$\zeta = \frac{c}{\sqrt{2km}}$$

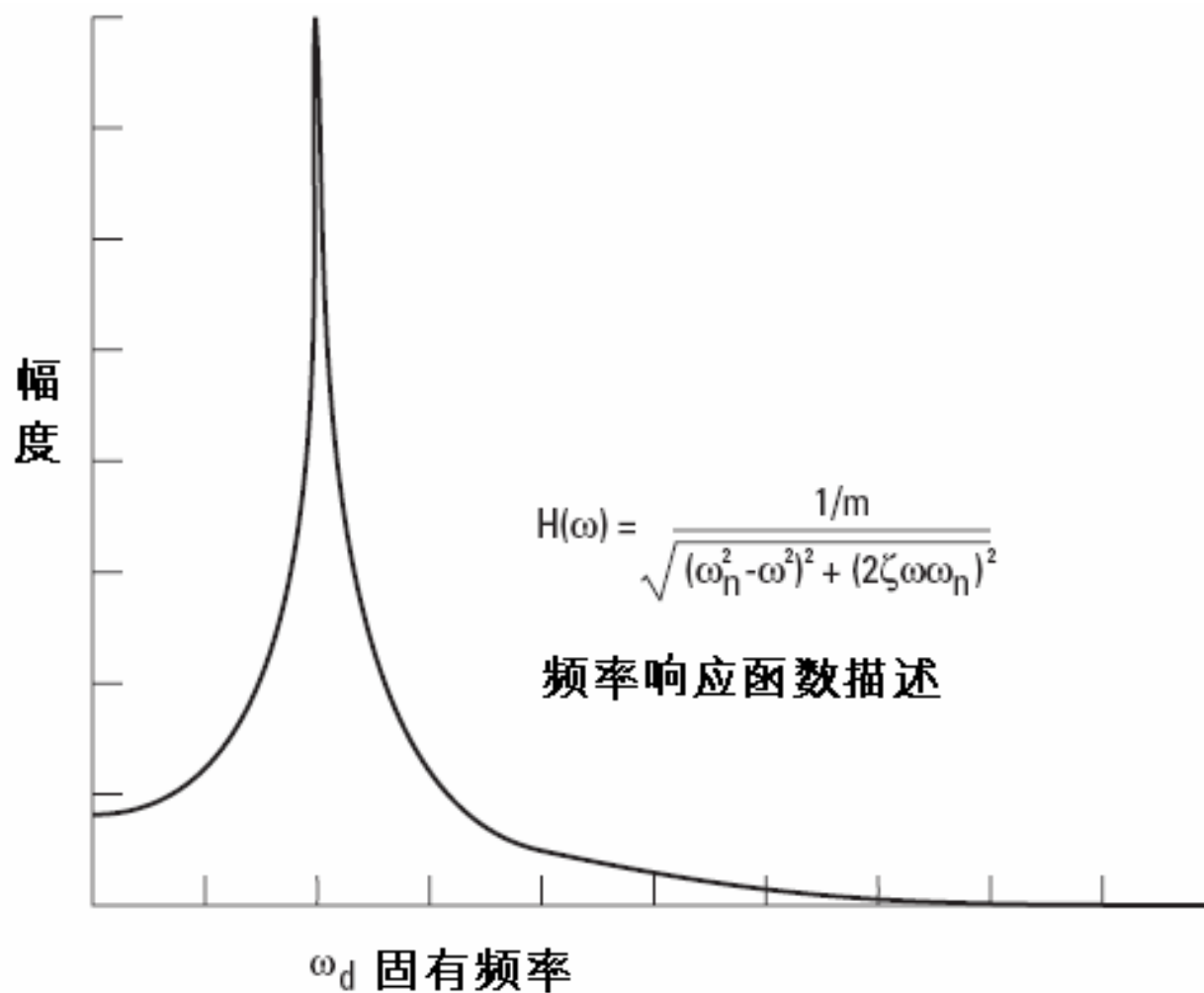
# 单自由度系统



固有频率对应了振荡，阻尼对应了振动衰减。

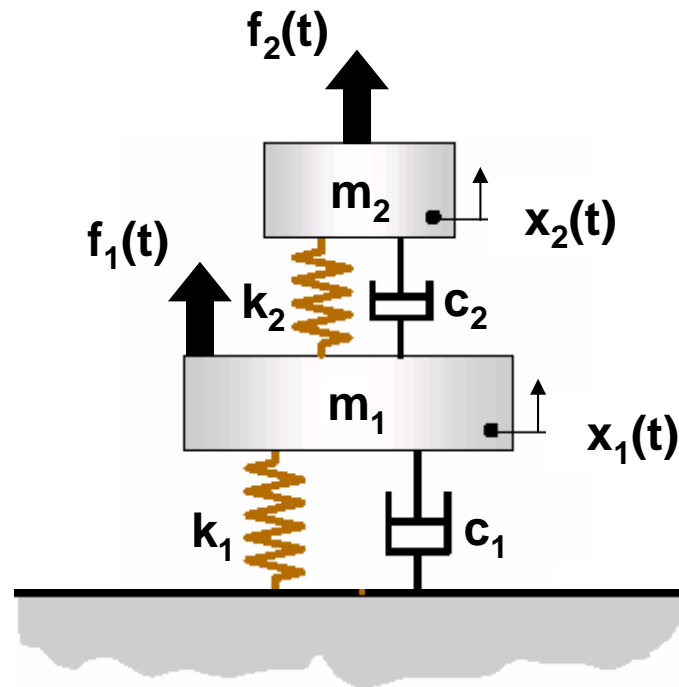


# 单自由度系统



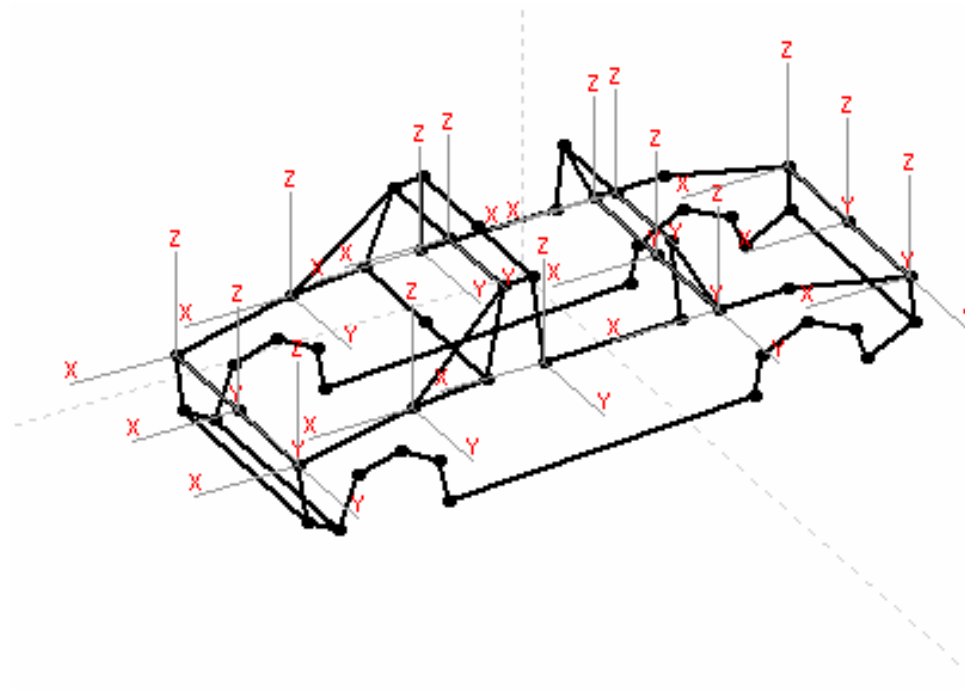
# 自由度的概念

结构动态系统的自由度是完全描述系统运动或状态（如位置）所必需的独立参变量（或坐标数）。



# 自由度的概念

从一个应用角度来看，自由度定义为物理结构在给定位置和方向的独立运动

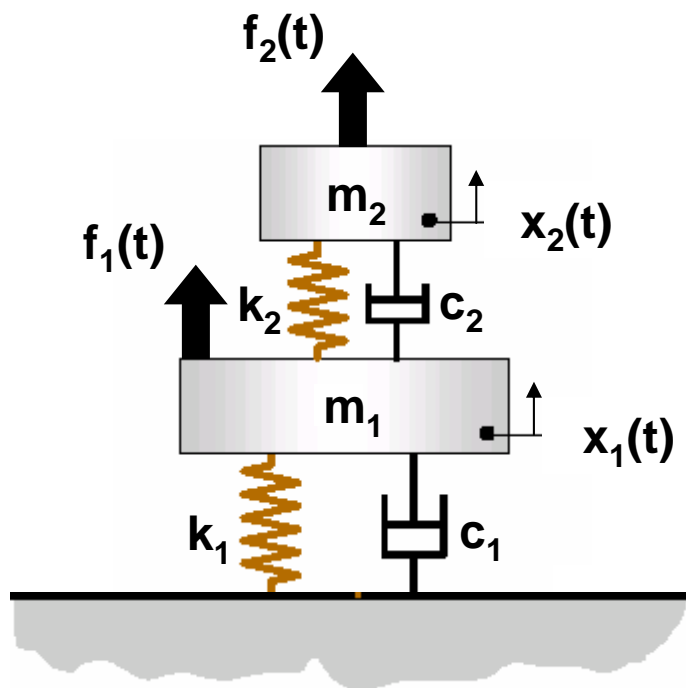


自由度定义：节点号&测量方向，如1X, 3Z

# 多自由度系统

运动方程:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{Bmatrix}$$



模态参数:

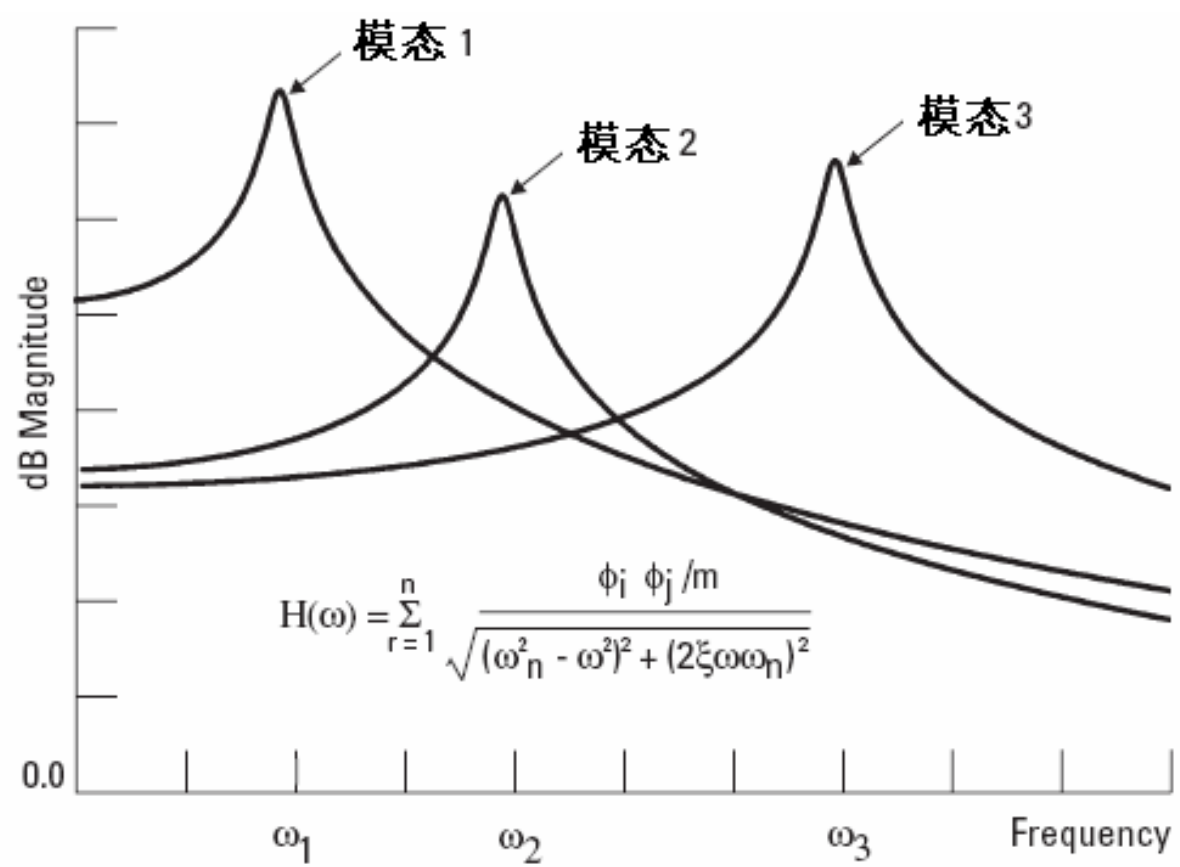
$$\omega_n^2 = \frac{k}{m}$$

$$\zeta = \frac{c}{\sqrt{2km}}$$

$\{\phi\}_r$

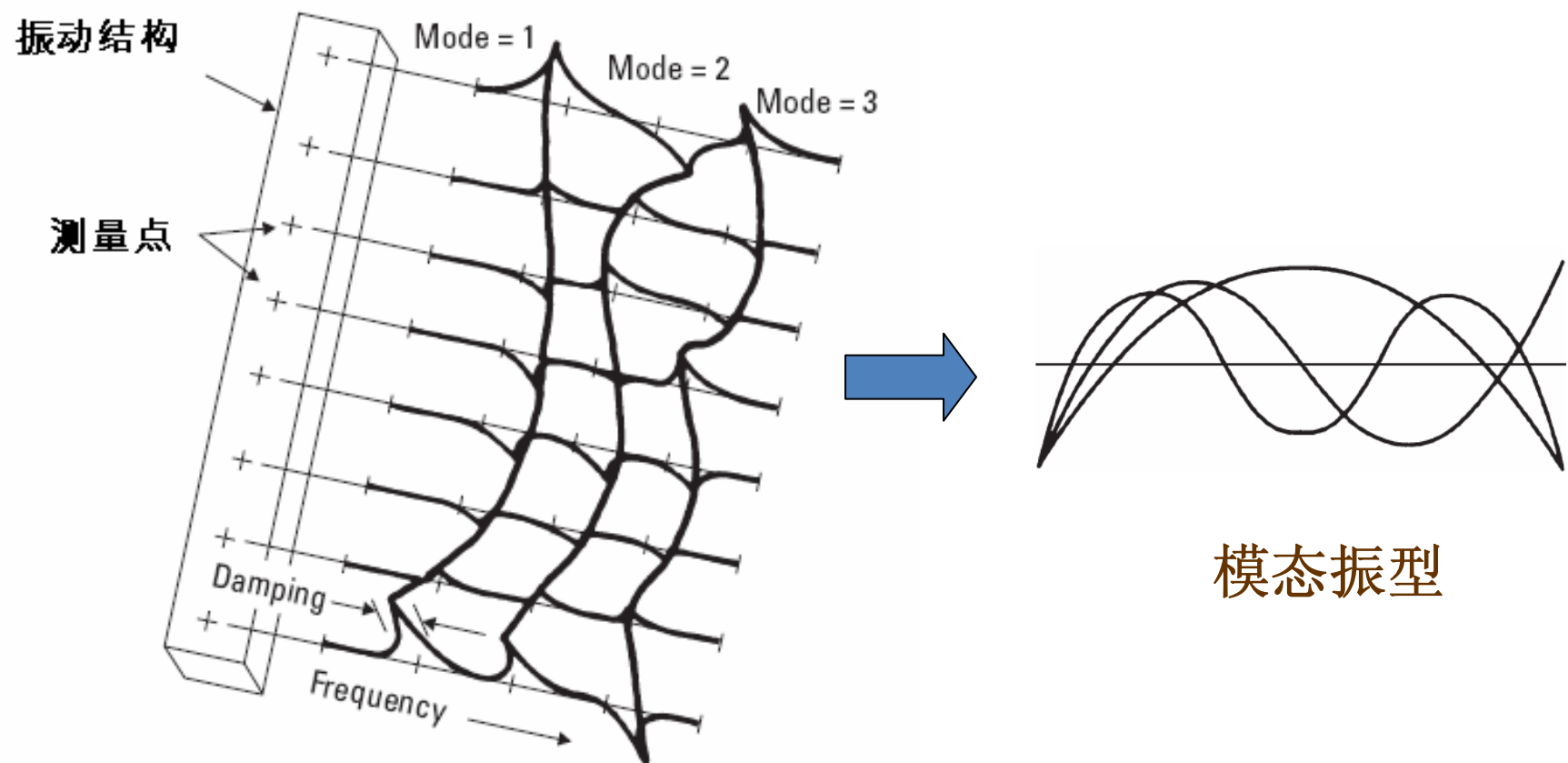
模态矢量

# 多自由度系统

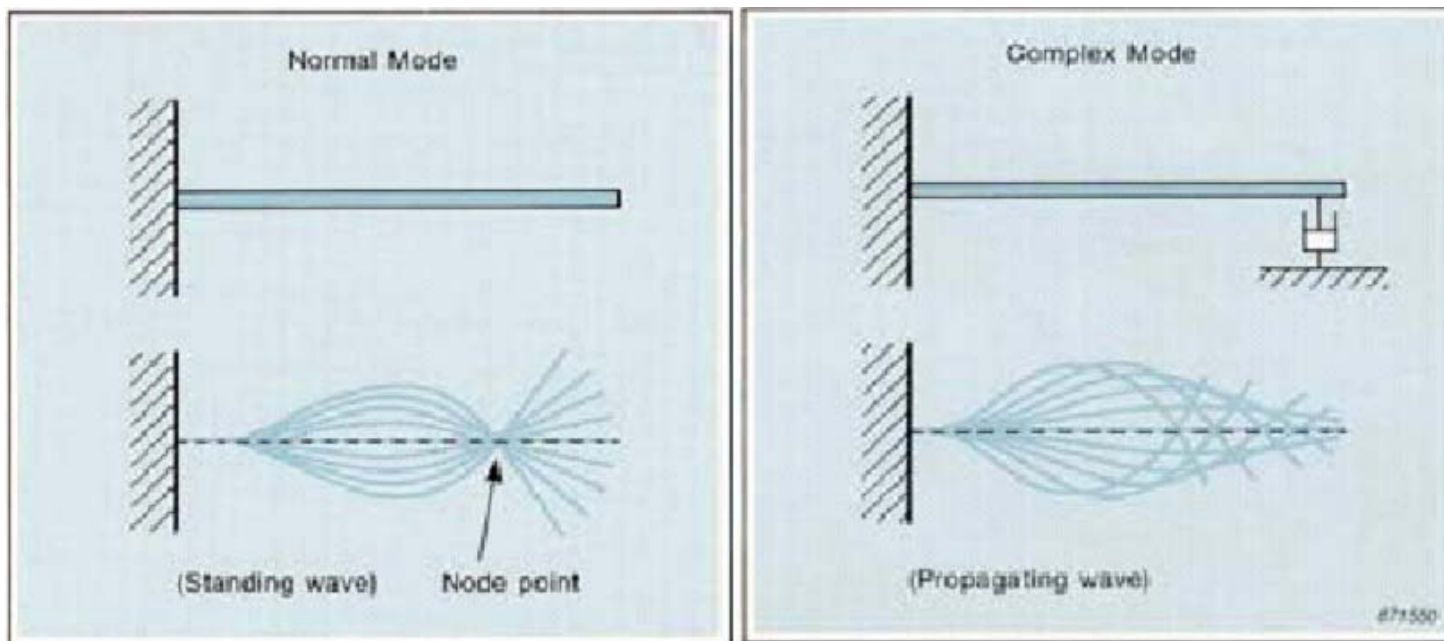


某一自由度的频率响应函数

# 模态矢量（振型）概念



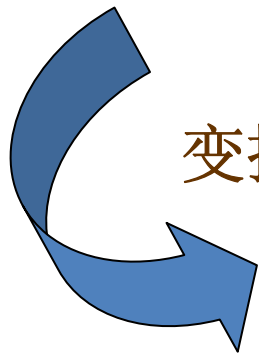
# 实模态与复模态



按照模态向量是实数还是复数，模态可以分为实模态和复模态。结构自由度的振动相位差为零或180度，其模态系数是实数，此时为实模态；结构自由度除了振幅不同外相位差也不一定为零或180度，这样模态系数就是复数，即形成复模态。

# 多自由度系统FRF矩阵描述

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{f(t)\}$$



变换

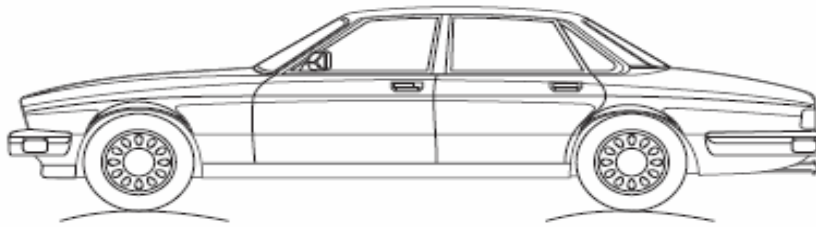
$$\begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & \cdots & H_{2n} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & \cdots & H_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & H_{n3} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix}$$

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{ir} \phi_{jr}}{m_r (\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}$$

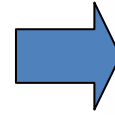
Y是自由度n的响应的频谱  
X是自由度n的激励的频谱



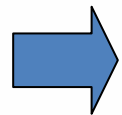
# 模态分析的概念



被测结构

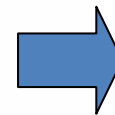


频率响应函数(FRF)  
矩阵



$$H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{ir} \phi_{jr}}{m_r (\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}$$

传递函数拟合



$\omega$  — 固有频率  
 $\zeta$  — 阻尼系数  
 $\{\phi\}$  — 模态矢量

结构动态参数

# 模态估计的一些概念

- 频域方法**vs.**时域方法
- 单自由度法**vs.**多自由度方法
- 局部估计**vs.**全局估计
- 单参考点**vs.**多参考点估计

有理多项式拟合(**RPF**)

最小二乘复频域(**LSCF**)

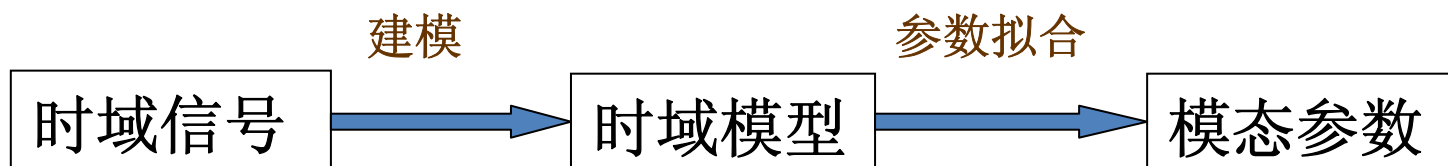
- 模态稳定图

# 频域方法vs.时域方法

频域法:



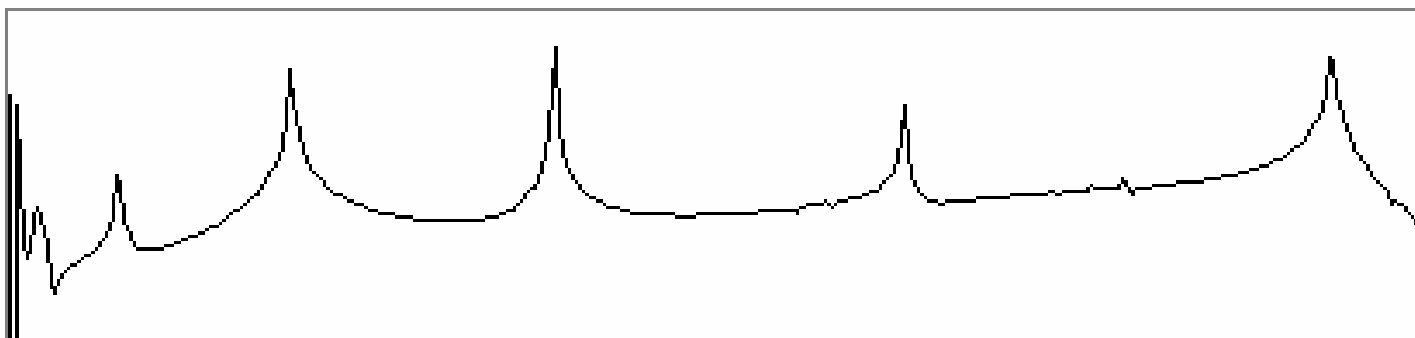
时域法:



频域方法是目前工业领域的标准分析方法。

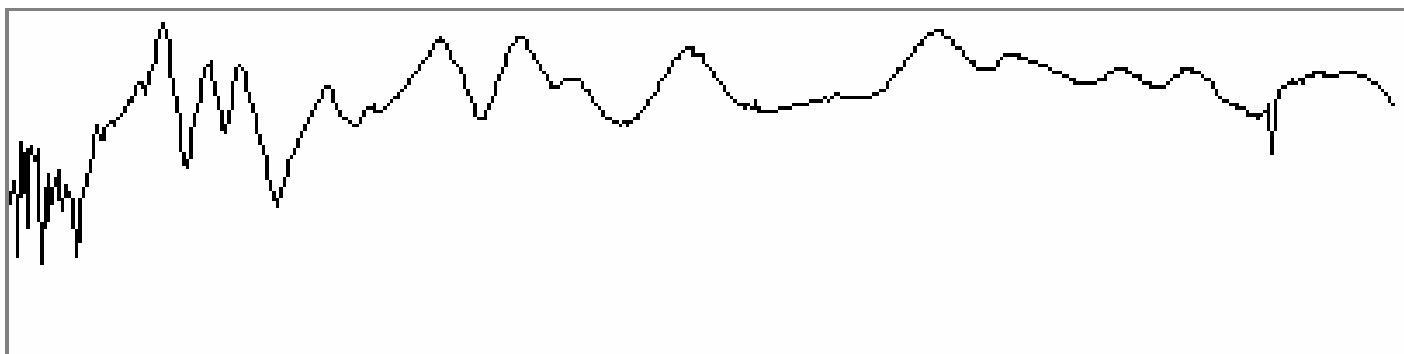
适合大阻尼拟合，可以分频段，测量数据多次平均，降低测量误差。

# 单自由度法vs.多自由度方法



Frequency

轻度耦合模态



Frequency

重度耦合模态

# 单自由度法vs.多自由度方法

- 单自由度方法一次只估计一个模态的参数。多自由度方法一次从**FRF**测量数据中同时估计一个或多个模态的参数。
- 单自由度方法适用于模态耦合度比较低的简单结构。多自由度方法适用于模态耦合度比较高的复杂结构。也就是说，在任一频率点的**FRF**数值由多个模态参数决定。

# 局部估计vs.全局估计

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{ir} \phi_{jr}}{m_r (\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega\omega_r)}$$

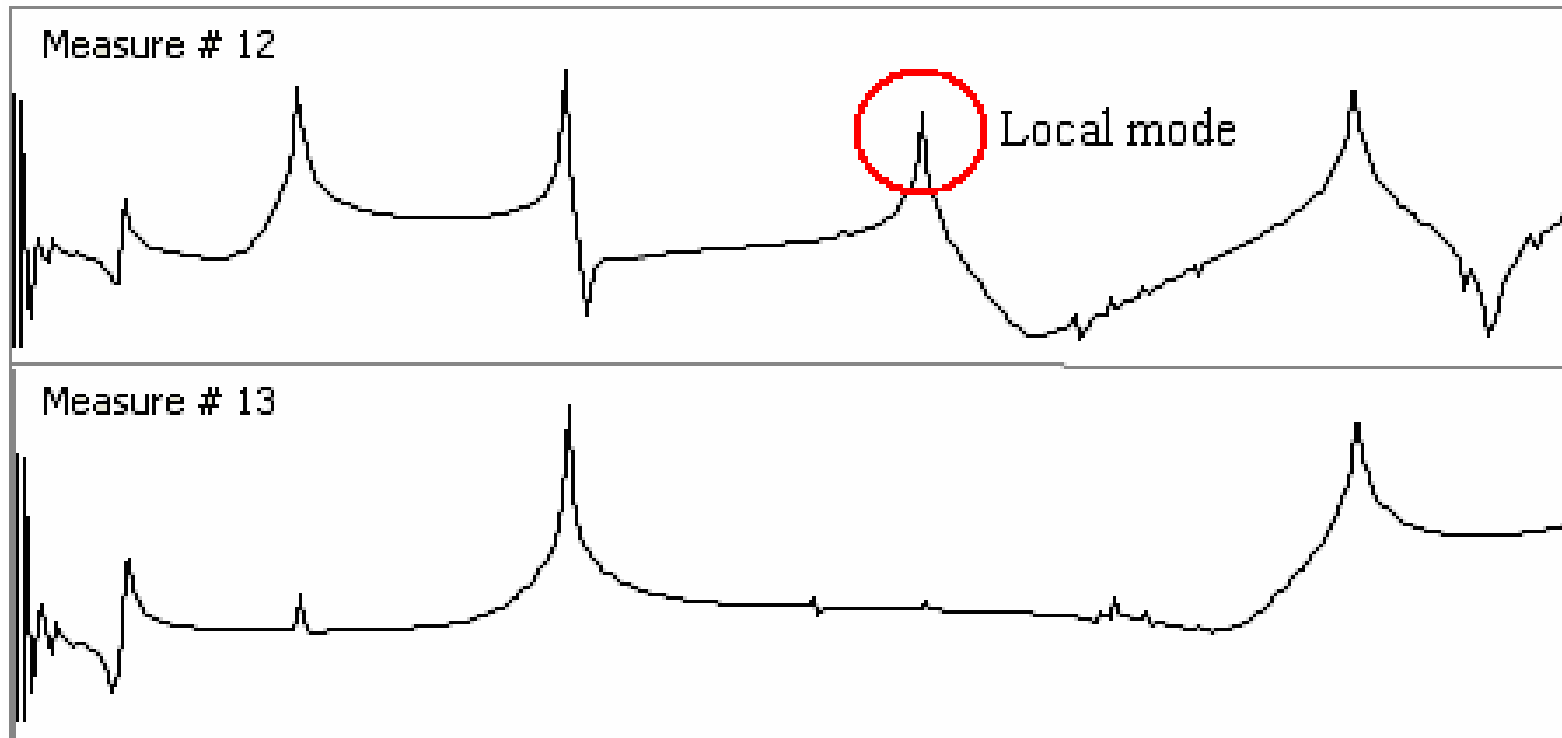
$\omega$  — 固有频率  
 $\zeta$  — 阻尼

全局特性

$\{\phi\}$  — 模态矢量

局部特性

# 局部估计vs.全局估计



# 局部估计vs.全局估计

- 局部估计方法从单个**FRF**测量数据中估计结构的固有频率和阻尼。全局估计方法从来自结构不同自由度的一组**FRF**测量数据中估计结构的固有频率和阻尼。
- 与局部估计方法相比，全局估计方法得到更好的频率和阻尼参数估计。尤其**FRF**测量数据中存在局部模态。

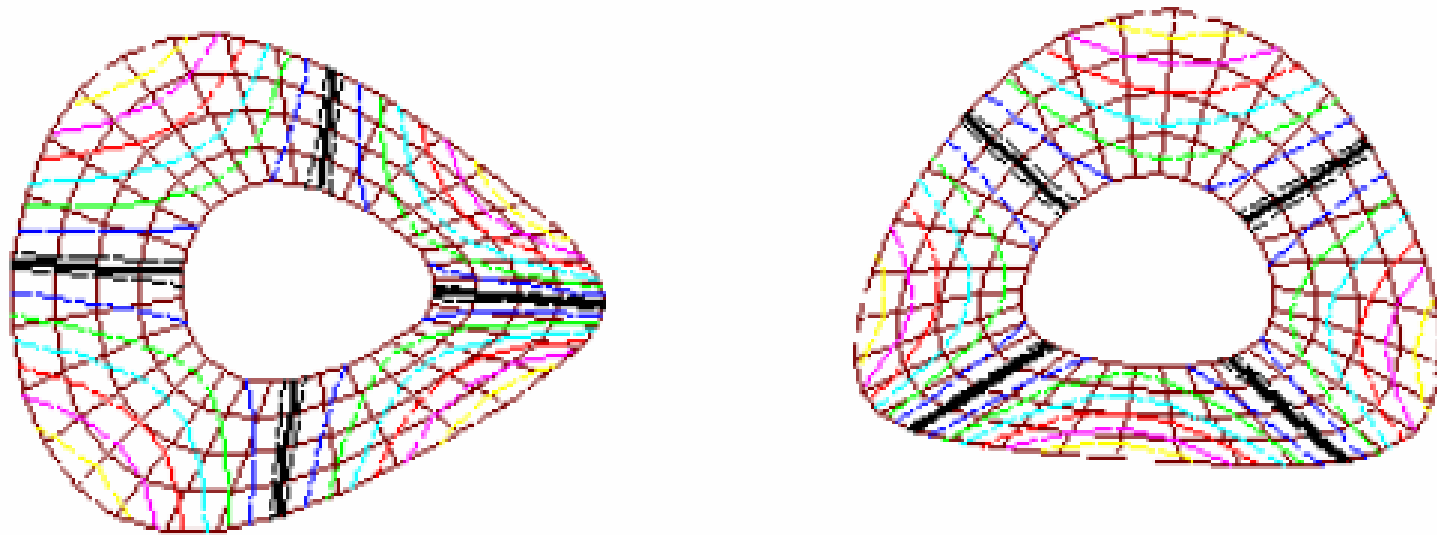


# 单参考点vs.多参考点估计

$$\begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & \cdots & H_{2n} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & \cdots & H_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & H_{n3} & \cdots & H_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix}$$

单参考点方法从只有一个参考自由度的**FRF**测量数据中估计模态参数，相应于**FRF**矩阵中的一行或一列数据。多参考点方法来自多个参考自由度的**FRF**测量数据中估计模态参数，相当于**FRF**矩阵中的多行或多列数据。

# 单参考点vs.多参考点估计



多参考点估计方法适用于具有耦合模态（同样的固有频率对应于多个模态振型），又被称作重根模态。

# 模态估计方法

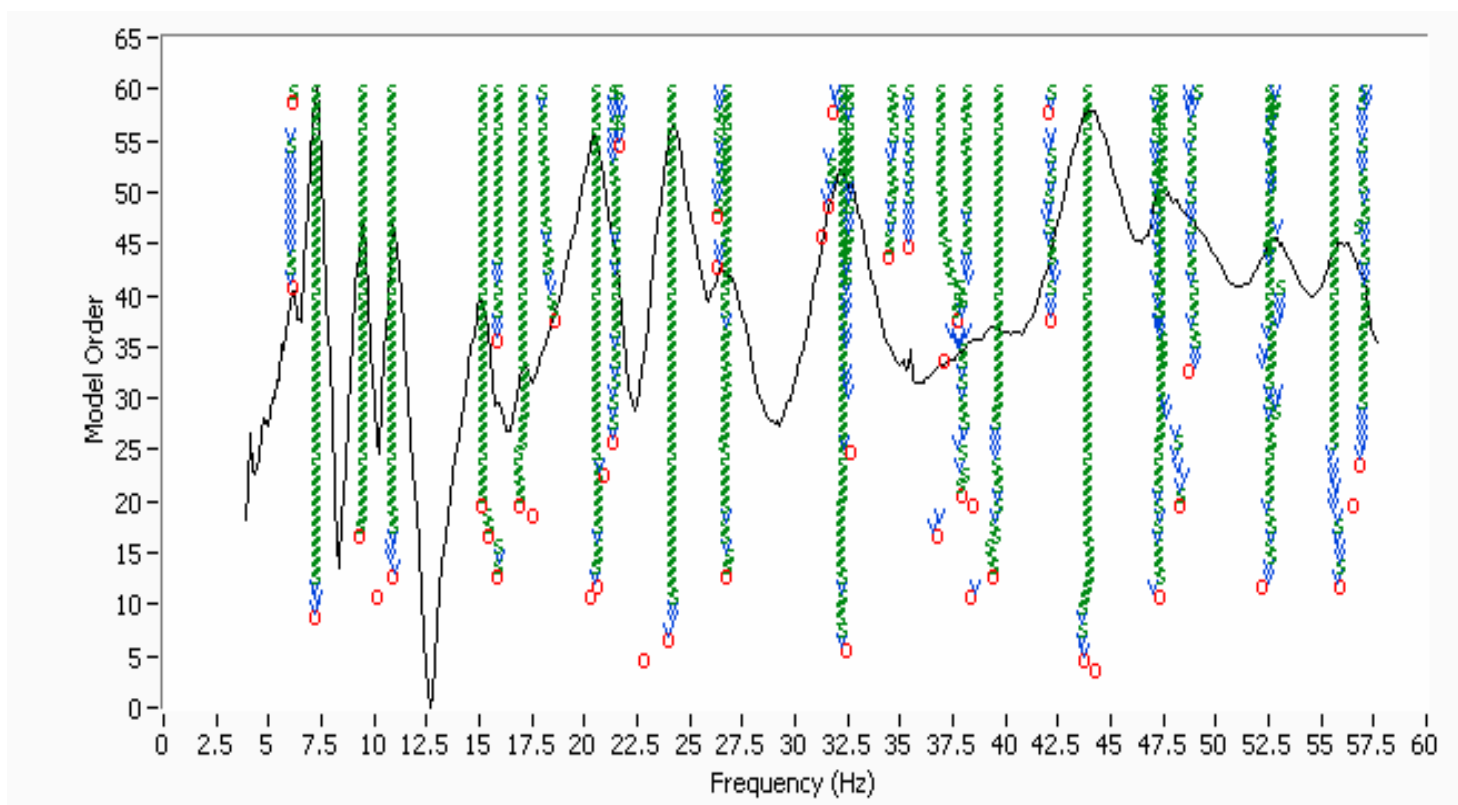
## □有理多项式拟合(RPF)

频率域，全局拟合，多自由度估计方法。  
适用于较窄频段内提取稀疏分布的低阻尼模态。

## □最小二乘复频域(LSCF, PolyMAX)

频率域，多参考点，全局拟合，多自由度估计方法。  
适用于在较宽的频率范围内估计密集模态。

# 模态稳定图



模态稳定图是用来从计算出的一组结构模态中发现有物理意义的模态。模态稳定图的横轴是频率，纵轴是结构模型阶数（拟合模态个数）。

# 模态稳定图

理论上讲，结构的物理模态总是出现在几乎相同的频率位置，称之为稳定模态，而计算模态（虚假模态）分散在不同频率位置。

$$\frac{|p_n - p_{n-1}|}{p_{n-1}} \times 100\%$$

稳定标准的典型值：  
频率稳定（1%）  
阻尼系数稳定（5%）  
模态矢量稳定（2%）

模态稳定性由其参数，固有频率，阻尼和模态矢量的稳定性来决定。稳定标准定义为模态参数从较低模型阶数到较高模型阶数的变化率。

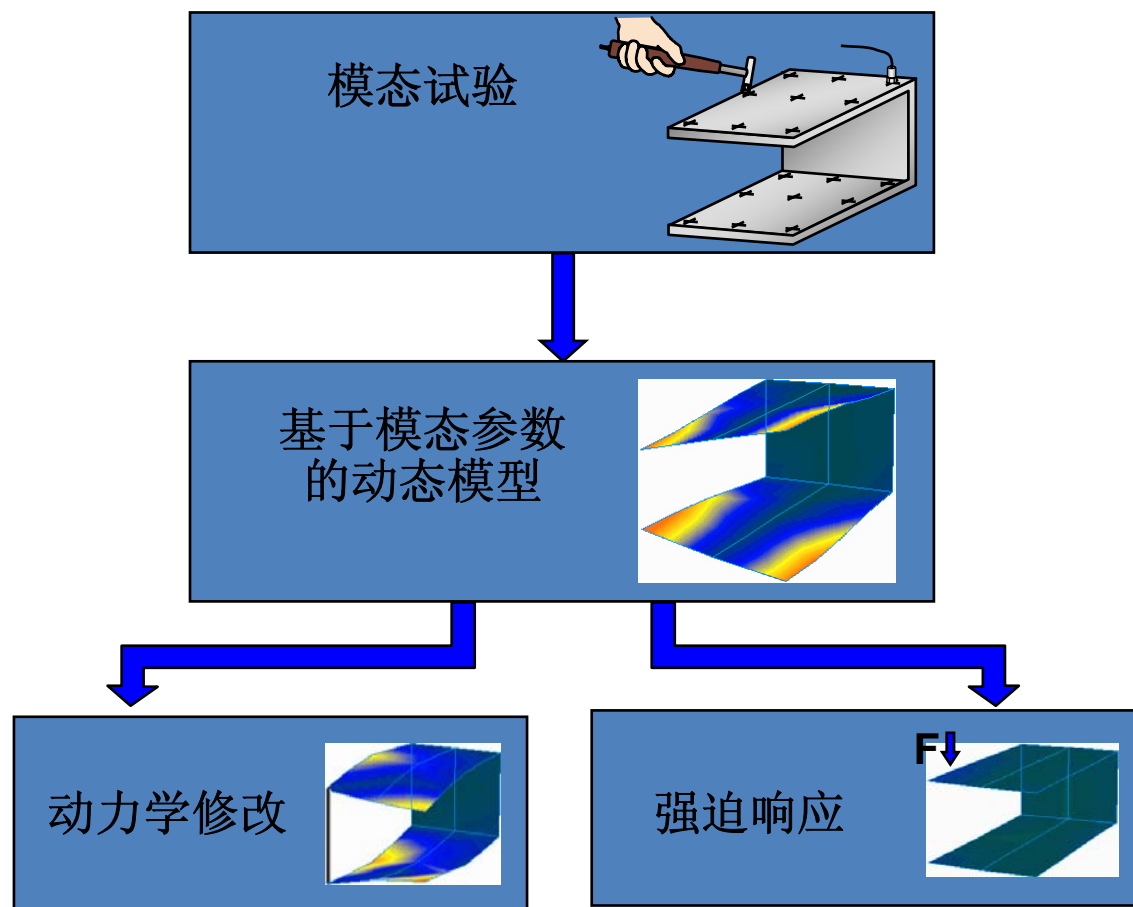
# 模态稳定图

符号	频率	阻尼比	振型
<b>s</b>	是	是	是
<b>v</b>	是	否	是
<b>d</b>	是	是	否
<b>f</b>	是	否	否
<b>o</b>	否	否	否

稳定图中的模态由一组符号来表示，**s**, **v**, **d**, **f** 和 **o** 来表示。每个符号代表一个辨识的模态，并提示该模态的相应参数是否稳定。

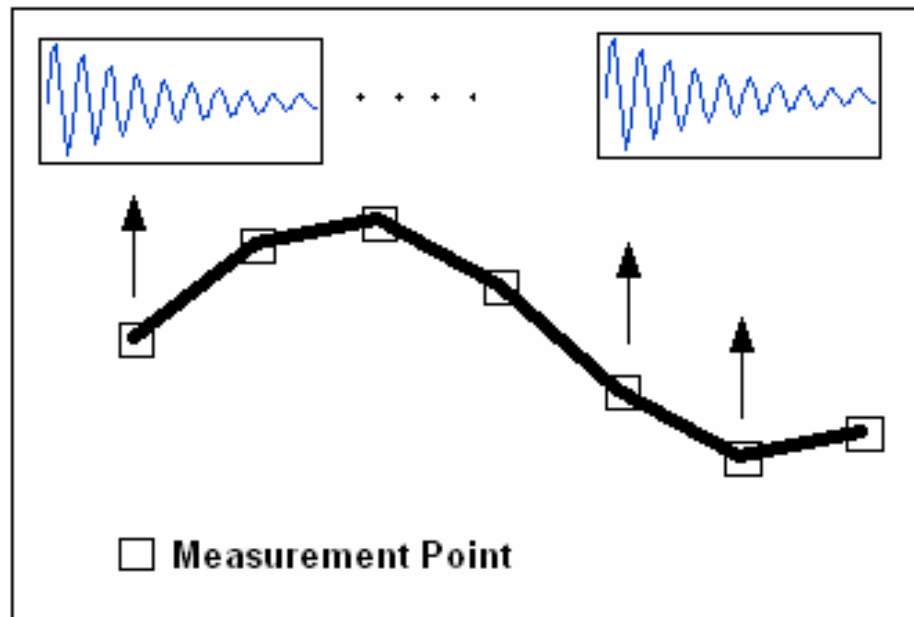
# 模态分析的应用

- **强迫响应分析**  
在正常或特定载荷下的响应，某一频率下的结构变形等
- **灵敏度分析**  
确定在哪个部位进行某种形式的修改最为有效
- **结构动力学修改与集成**  
用以预测已知系统修改后或已知子系统集成后的系统动态特性



# 时域 ODS (Operating Deflection Shape)

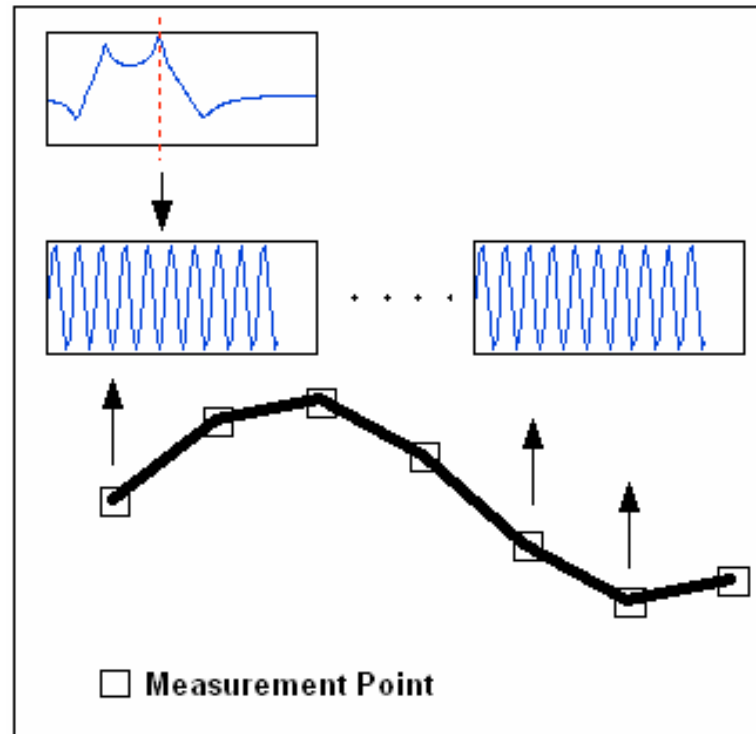
时域ODS显示结构在工作状态下各时刻的形变。以一定时间间隔连续显示结构的形变，即形成ODS动画





# 频率域 ODS

频域ODS由频率响应函数得到，显示各个测量点在特定的频率下的幅度和相位关系

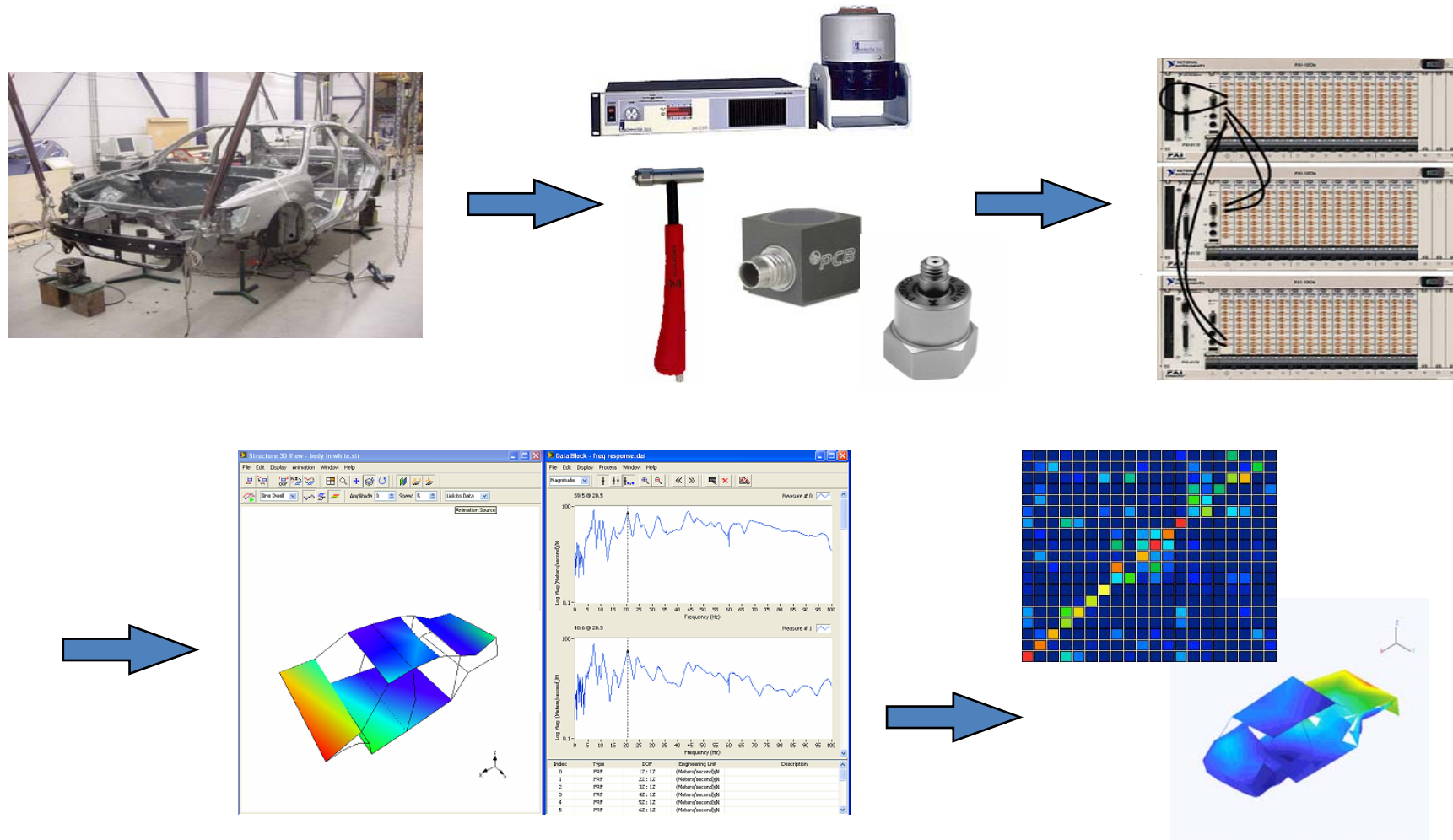


# 工作状态模态分析 (OMA)

对于一些无法施加人工激励的结构，如大桥或一些处于工作状态下的机器或结构，可以只测量结构在自然或工作状态下的振动信号，来获得结构的模态参数



# 模态试验的测量链



# 模态试验系统

## 激励系统

- 激振器
- 力锤

## 响应测量

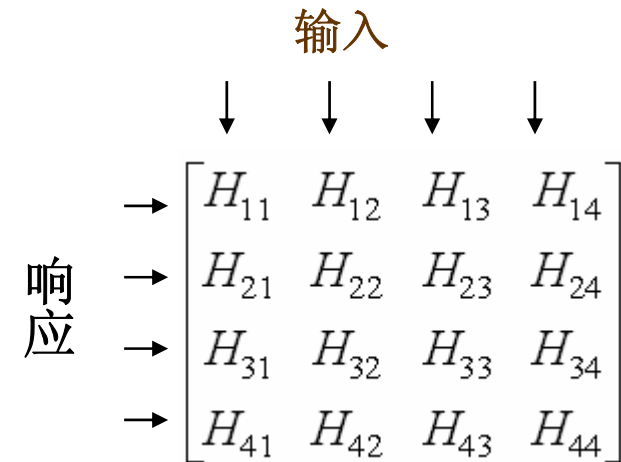
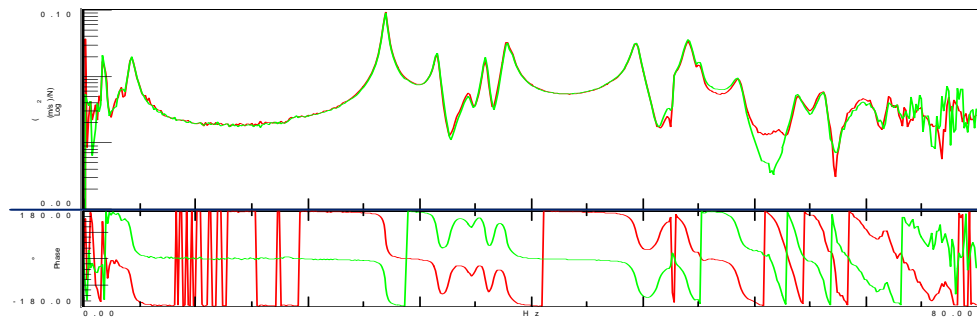
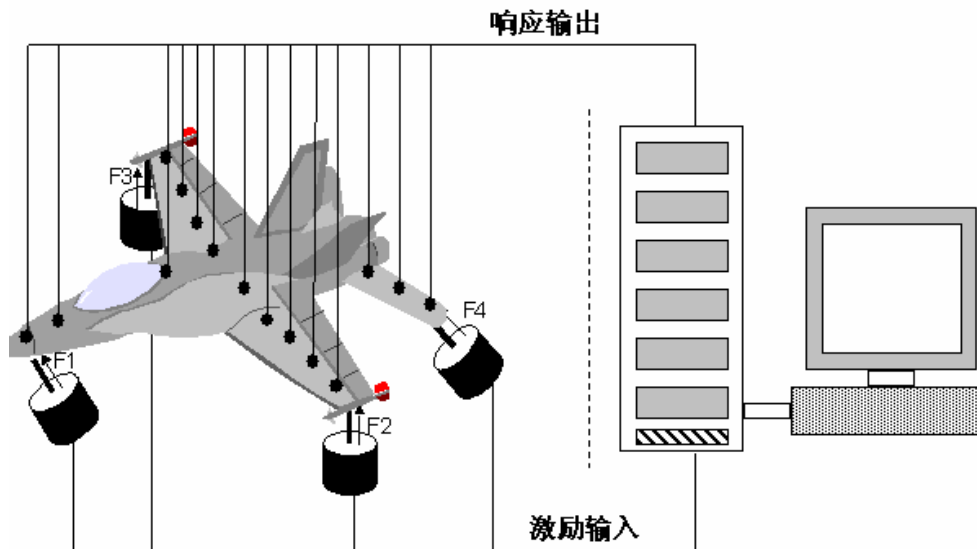
- 单轴或三轴加速度计
- 激光测振仪

## 测量系统

- 数据采集前端
- 频谱分析仪



# 试验的数据测量

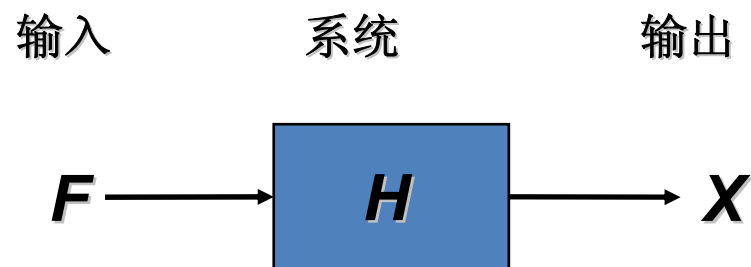
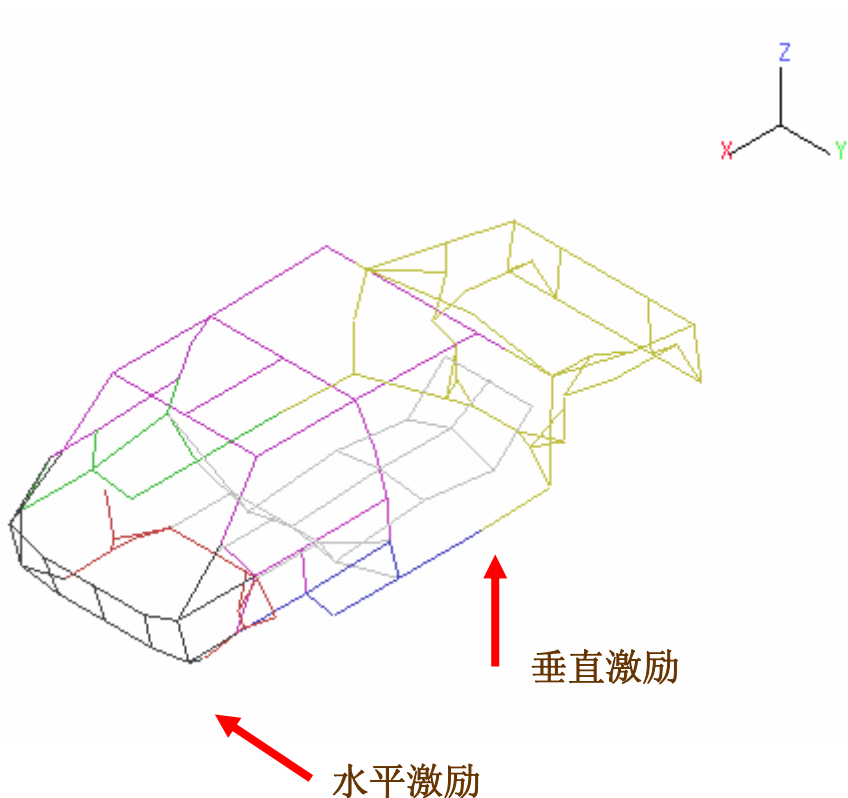


- 一行或一列足够辨识模态参数
- 互易性

$$H_{pq} = H_{qp}$$

# 试验的数据测量

## 车身测试

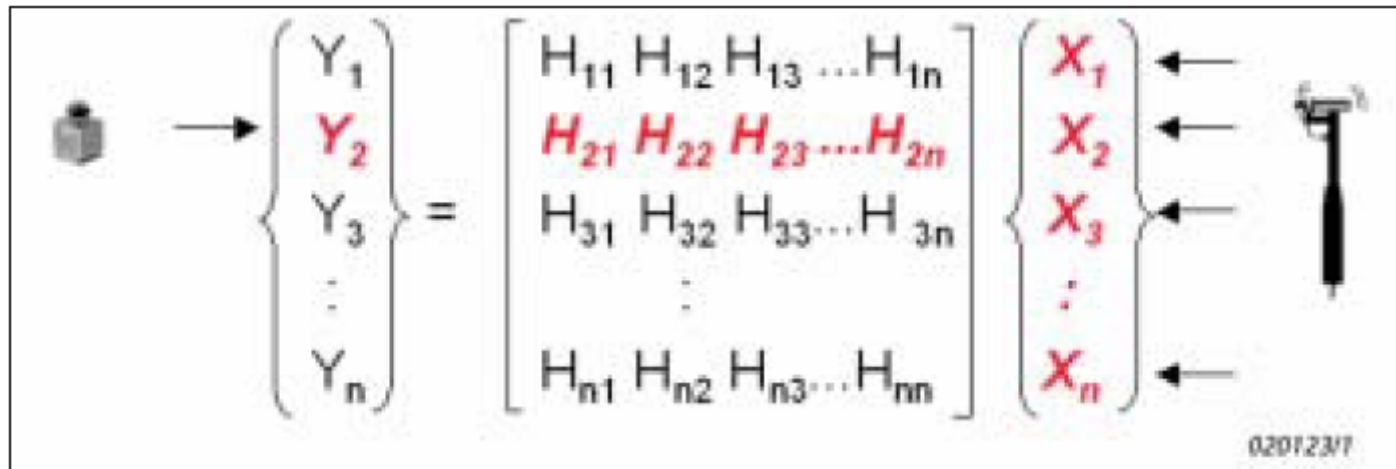


- $F$ : 2 输入
    - 图片上箭头所示
  - $X$ : 240 输出
    - 图片上的节点
- ⇒  $H$  有 480 元素

$$X = H * F$$



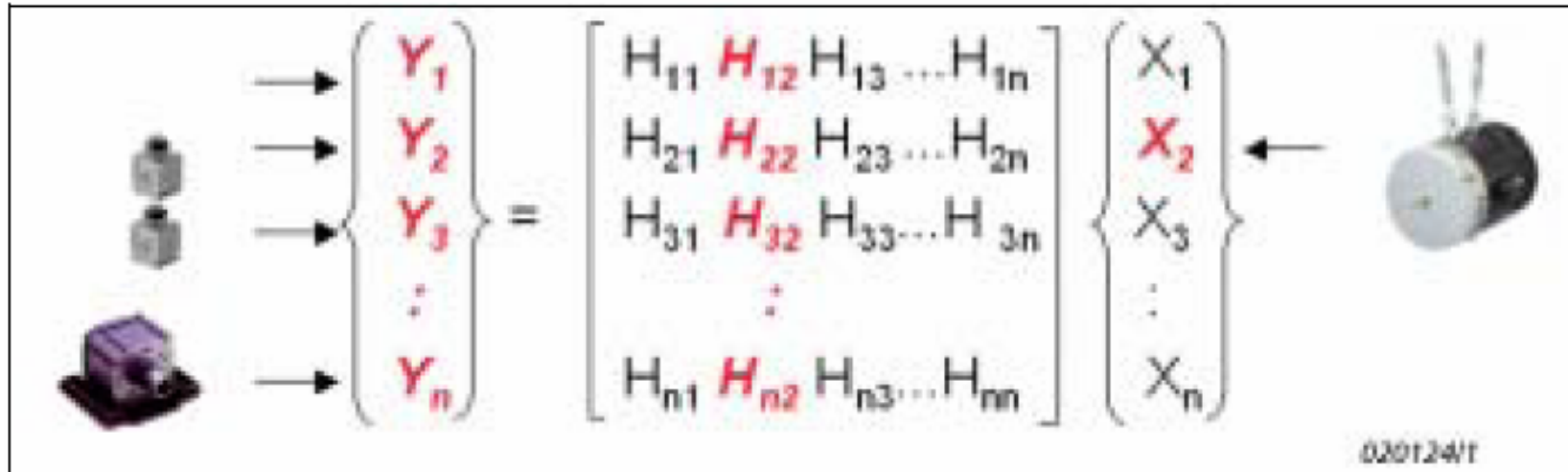
# 模态试验的类型



力锤冲击试验, (**Hammer Impact Test**)

移动激励点试验, (**Roving excitation test**)

# 模态试验的类型



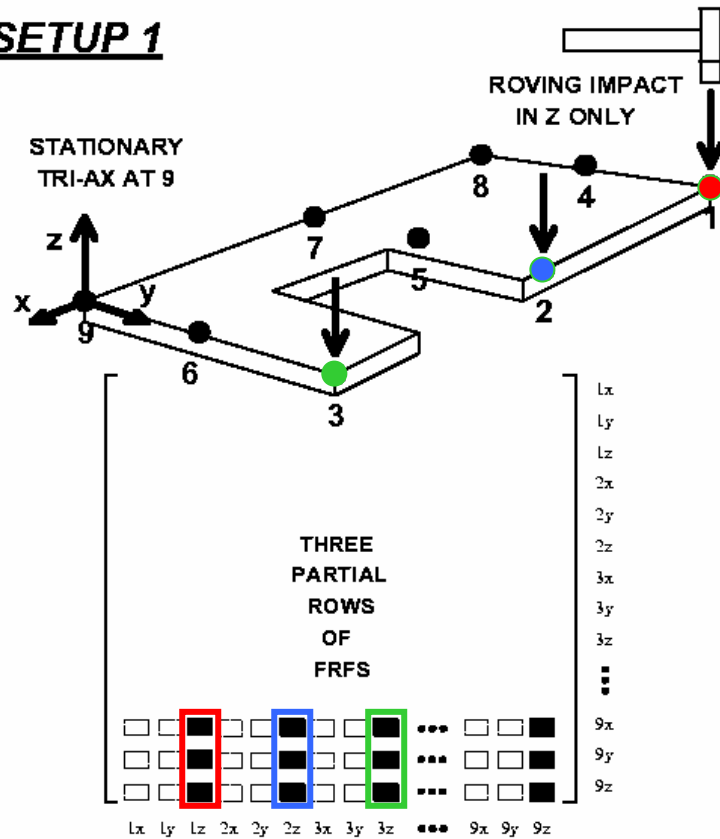
激振器试验, (Shaker test)

移动响应点试验, (Roving response test)

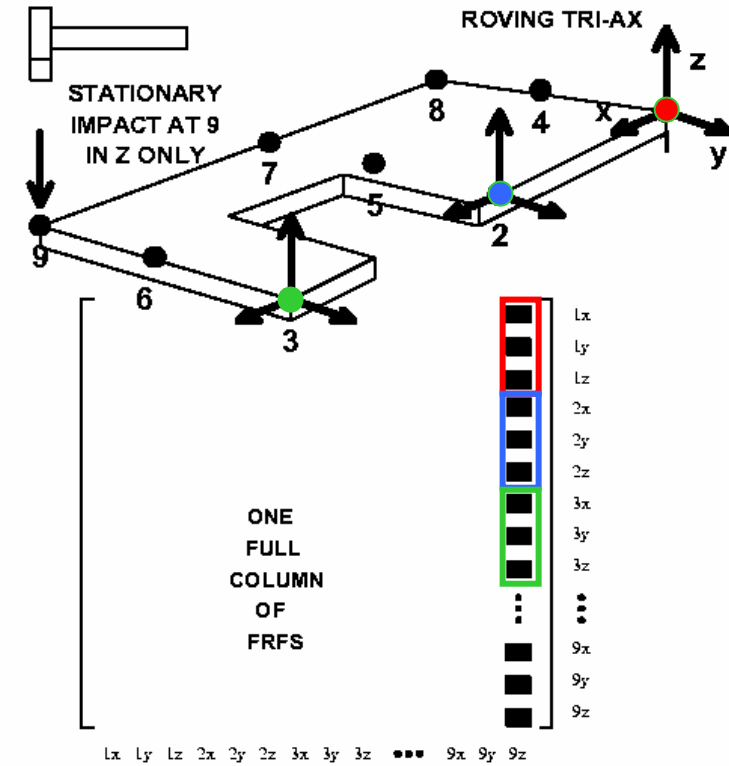


# 三轴向移动测量

**SETUP 1**



**SETUP 2**



# 测量点与激励点布置

## 测点布置

能够较好地反映结构物的构型

能够充分显示结构的模态振型

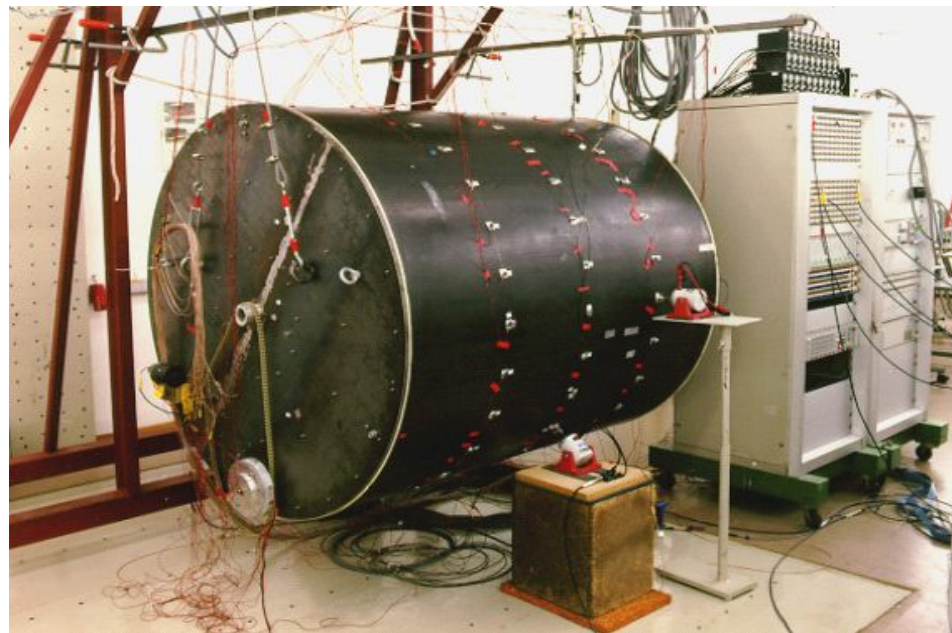
## 激励点

应避开节点节线。多点激励进行校核。

## 激励力的选择

1. 在不破坏试件的情况下，尽可能大的激励力，有助于提高信噪比。
2. 不同大小的激励力，可以定性考查结构非线性的程度

# 多参考点激励



需要多参考点激励的情况：

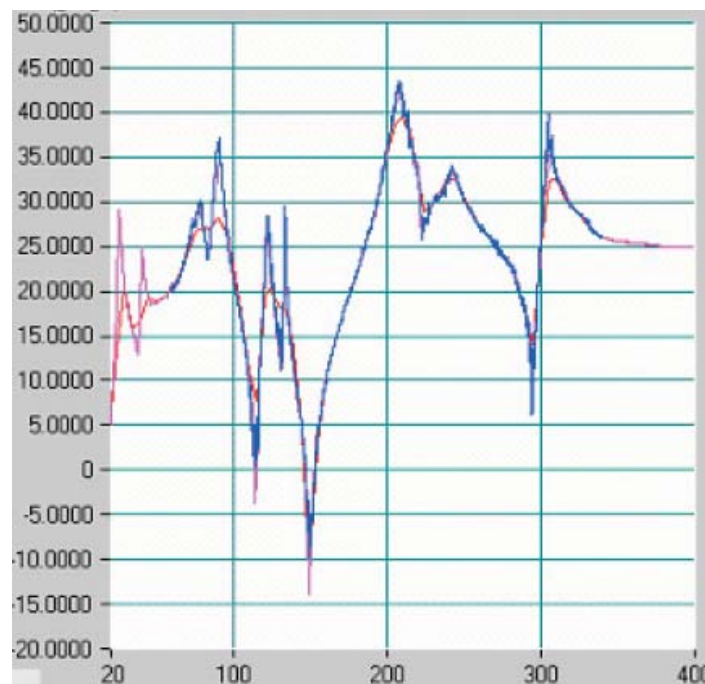
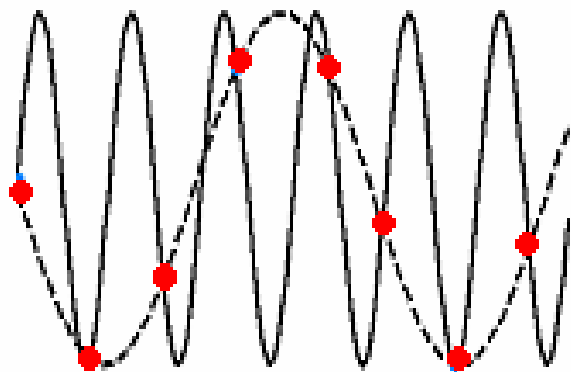
- 1、重根模态，密集模态；
- 2、结构巨大，需要大的能量激励；
- 3、对称结构。

# 数据采集

**采样定理：** 采样频率大于2倍的信号中最高频率成分

**抗混叠滤波：** 采样频率大于2倍的期望的分析频率

**频率分辨率：** 采样频率 / 采样点数



# 频率响应函数(FRF)测量

$$FRF = S_y / S_x$$

$S_y$ : 响应信号的频谱

$S_x$ : 激励信号的频谱

$$H_1 = S_{XY} / S_{XX} \quad \text{或} \quad H_2 = S_{YY} / S_{YX}$$

其中

$S_{yx}$ : 响应信号与激励信号的互谱

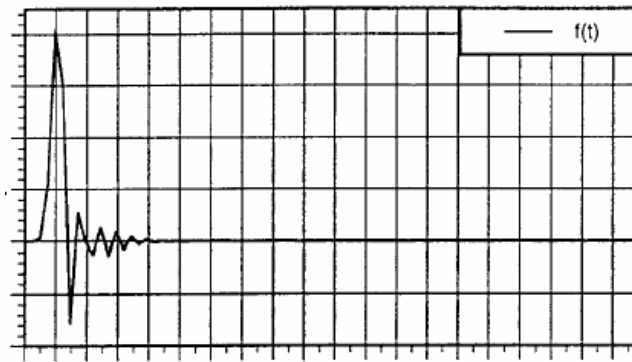
$S_{xy}$ : 激励信号与响应信号的互谱

$S_{xx}$ : 激励信号的自谱

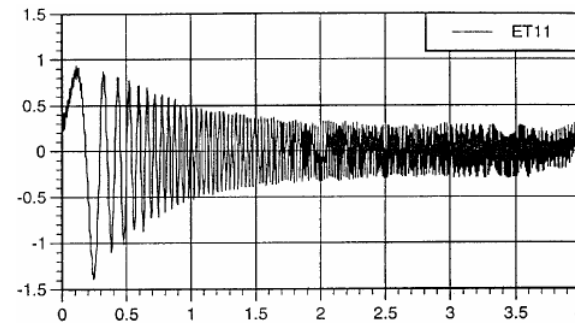
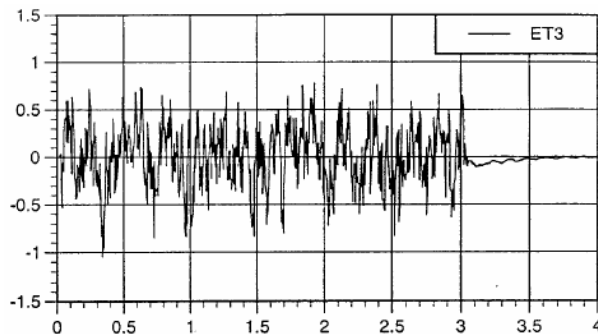
$S_{yy}$ : 响应信号的自谱

# 激励信号与加窗(windowing)

力锤冲击试验:冲击激励



激振器试验:猝发随机, 扫频

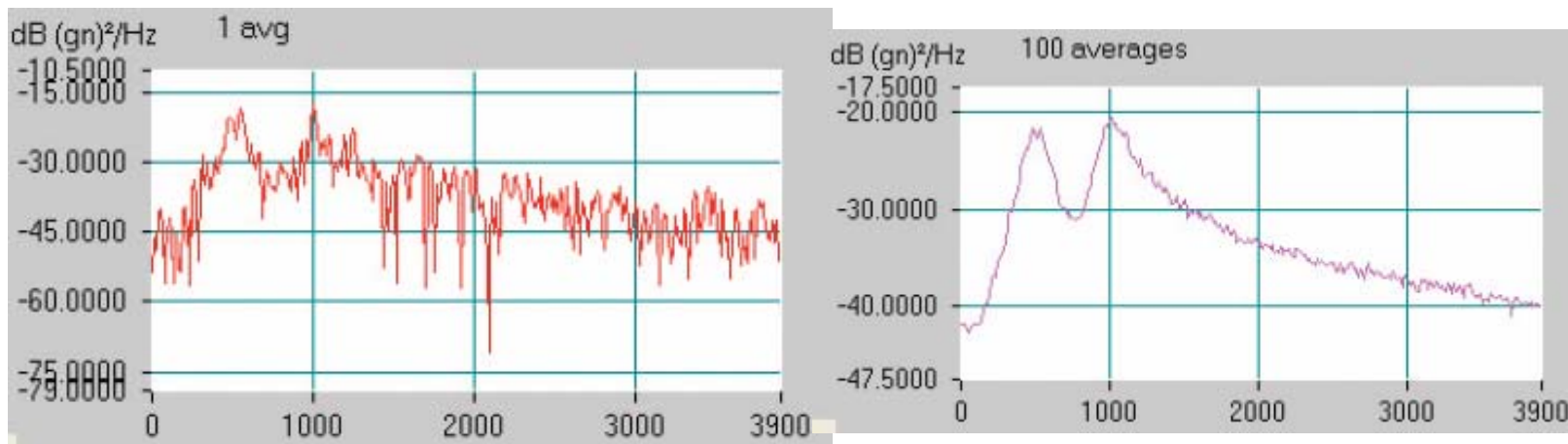


# 激励信号与加窗(windowing)

激励信号	加窗类型
周期信号	矩形窗 (Rectangular)
宽带随机信号	Hanning
窄带随机, 正弦	Flat top
冲击(瞬态)信号	指数窗 (Exponential)

加窗影响阻尼估计  
最好是不加窗!!让响应衰减到零

# 平均运算(Averaging)



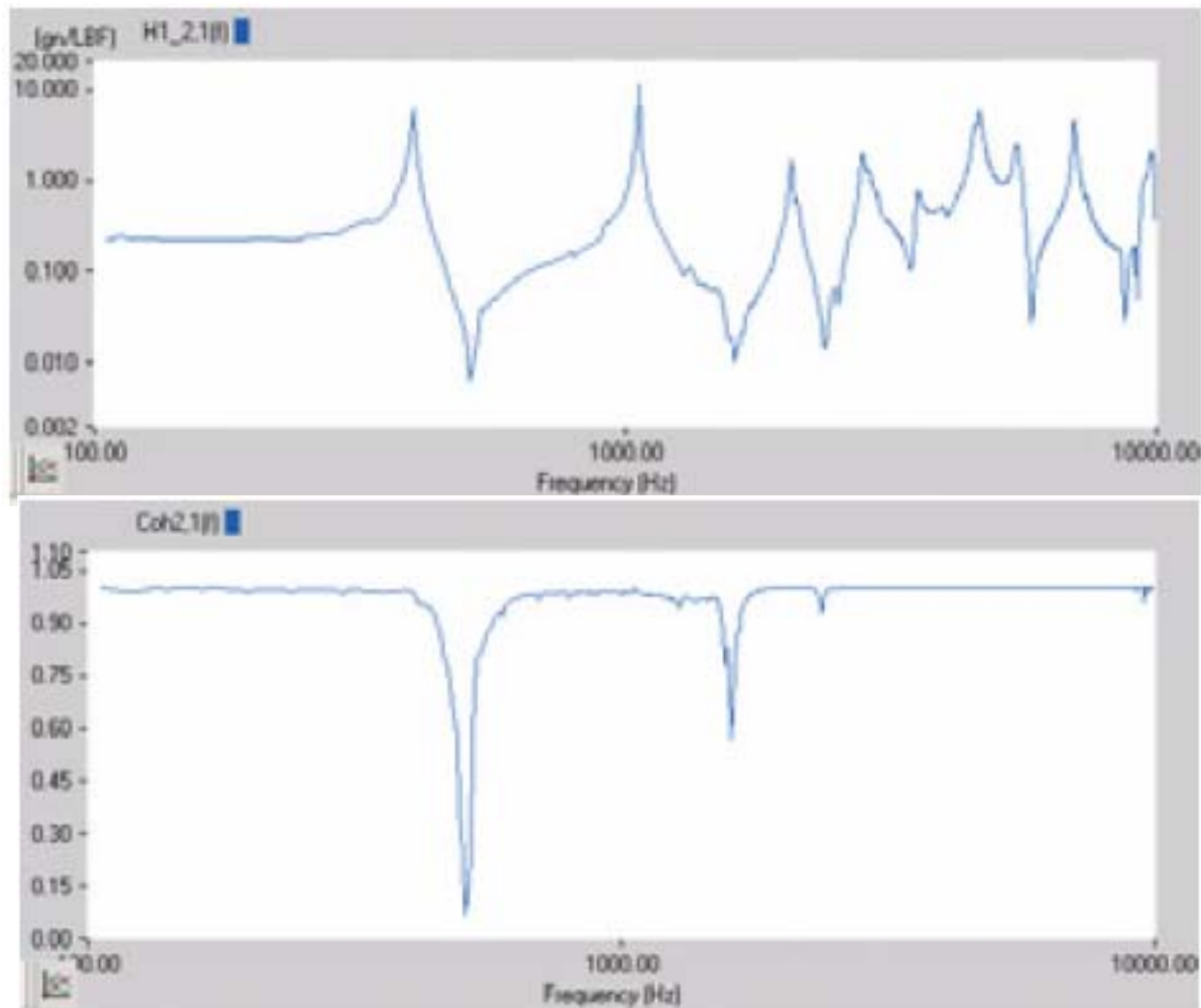
降低方差，抑制噪声

随机激励一般32-64次平均

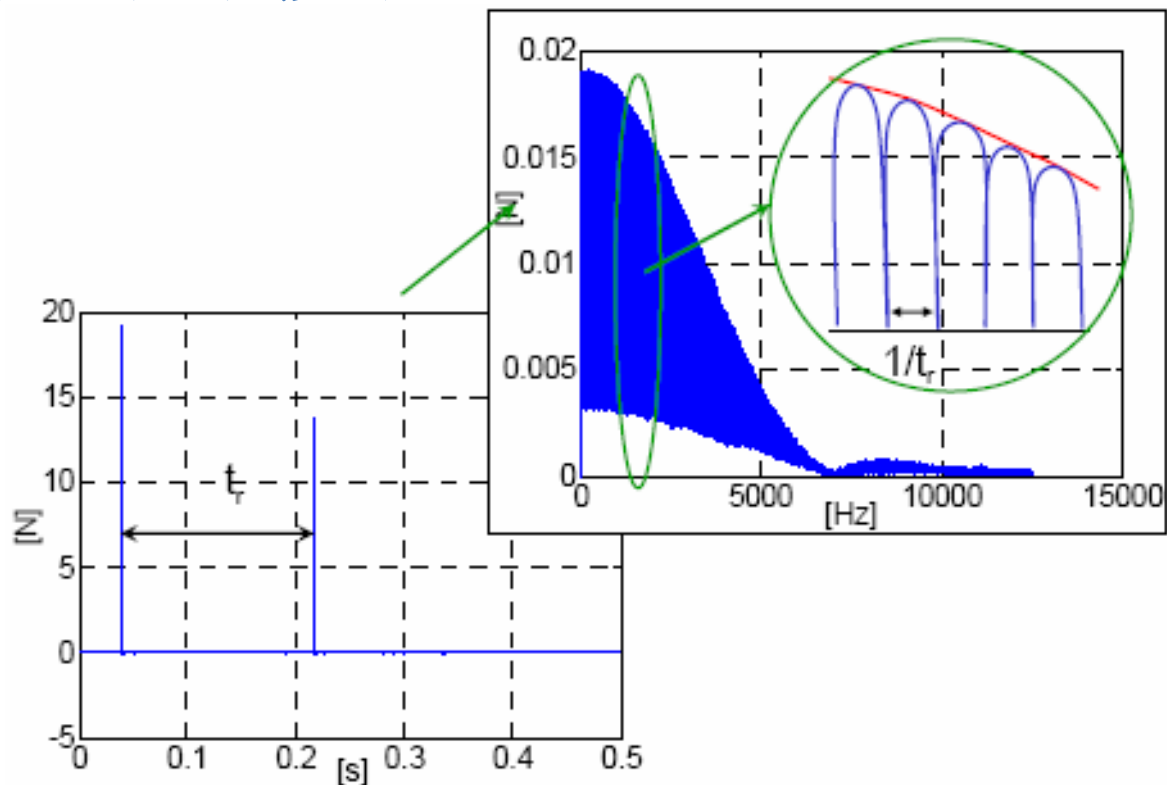
冲击激励一般4-8次平均



# 相干函数(Coherence)

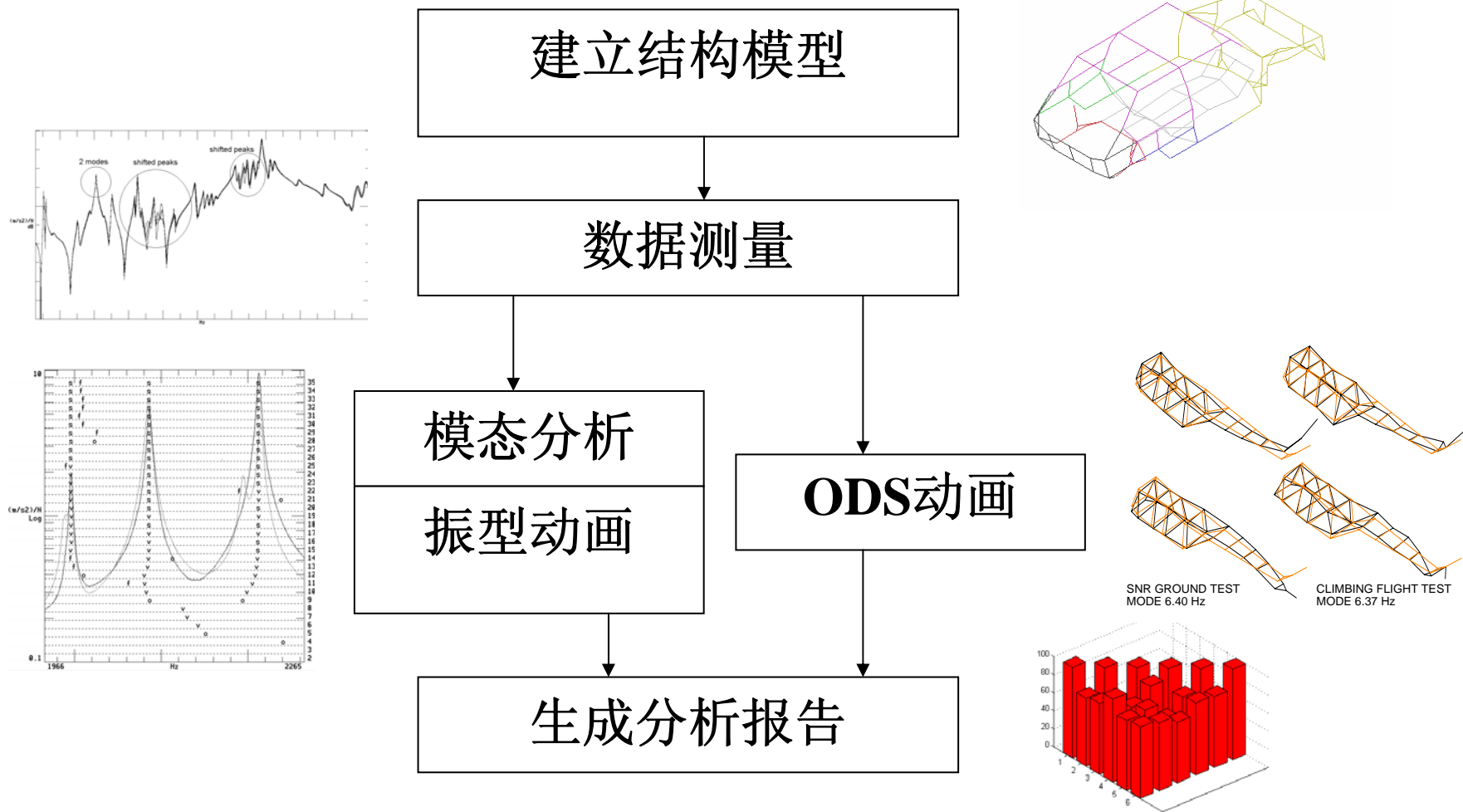


## 力锤双击的影响



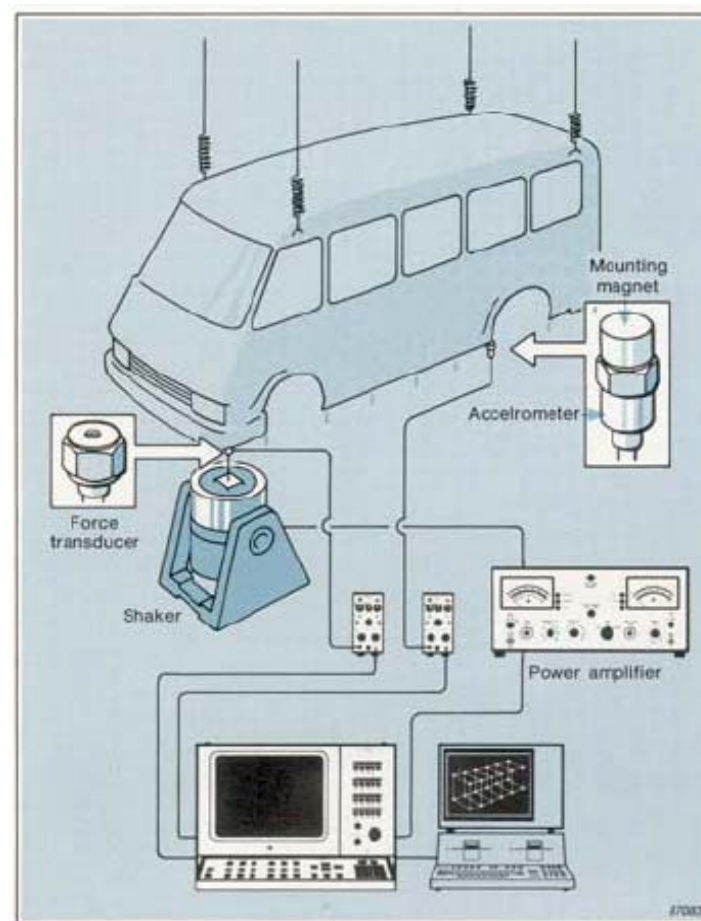
恶化了**FRF**估计质量，无法通过加窗补偿。数据必须剔除。

# 模态试验步骤

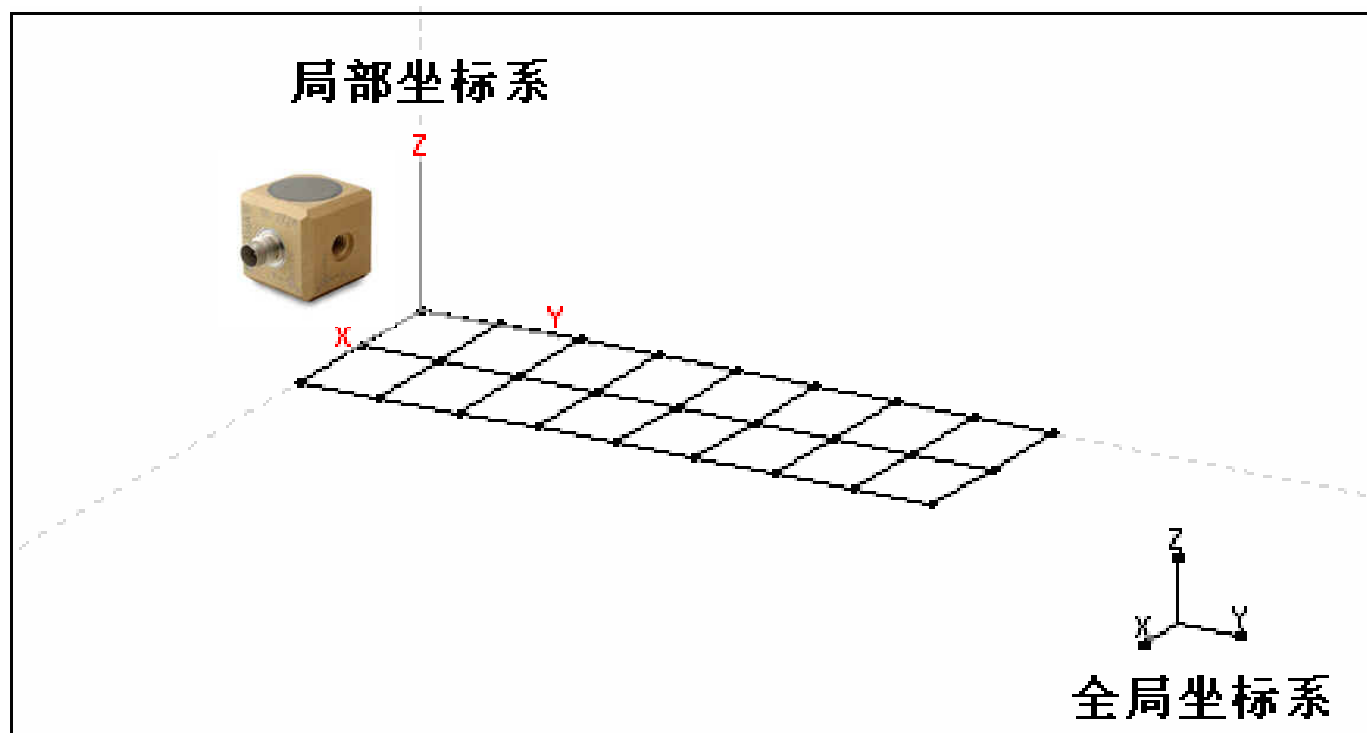


# 试验准备

- 几何模型建立
- 自由度数选择
- 试件支撑选择
- 选择激励方式
- 激励位置确定
- 力传感器联接
- 相应传感器安装
- 传感器标定



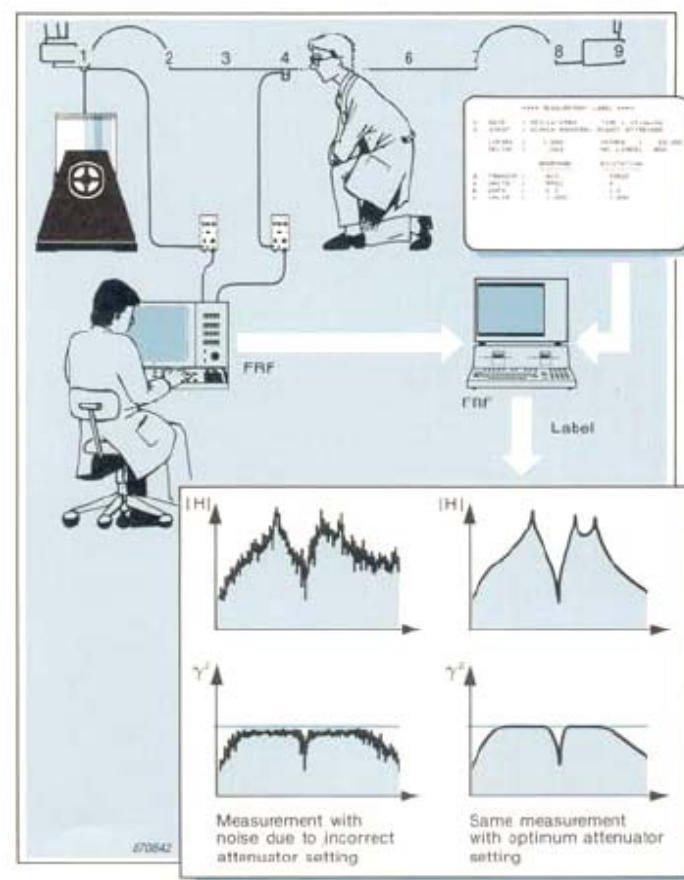
# 坐标系与测量属性



3D结构模型节点的每个测量轴方向，对应3种测量类型：测量点、插值点和固定点

# 试验测量-FRF

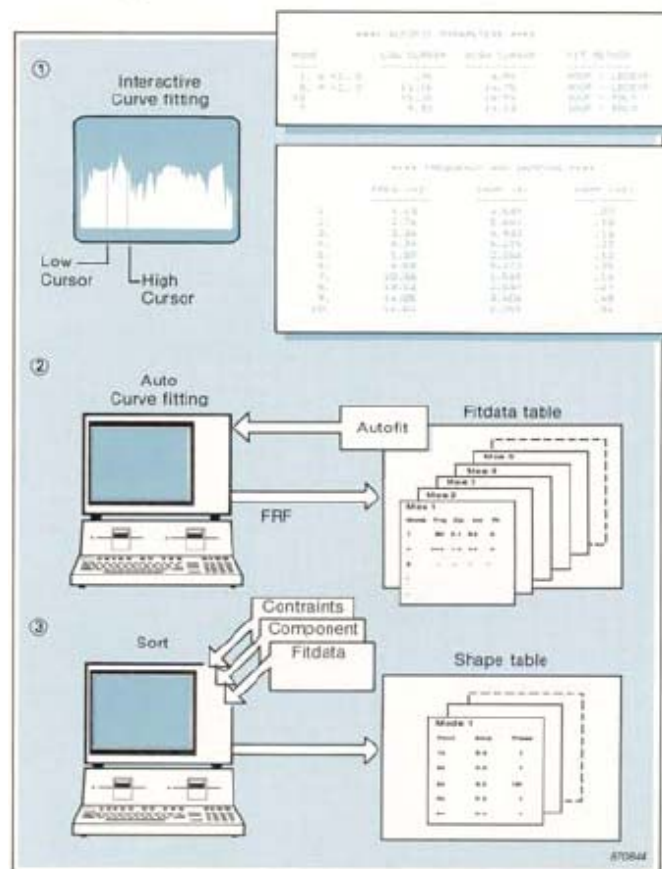
- 采集通道灵敏度，工程单位设定
- 频率范围，采样率
- 触发方式
- 加权平均方式
- 平均次数
- 加窗类型
- 相干检测
- 双击检测



模态软件自动建立测量分组，分批进行测试

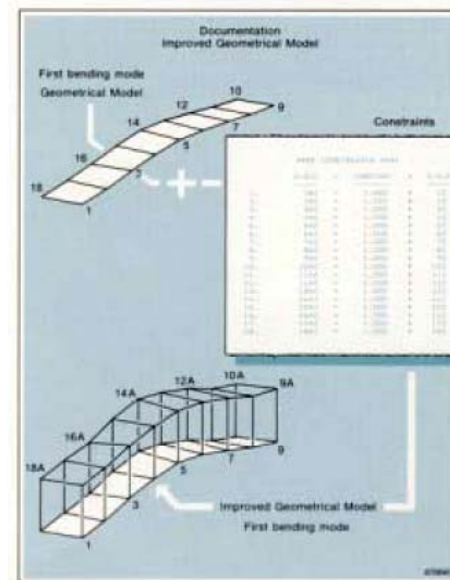
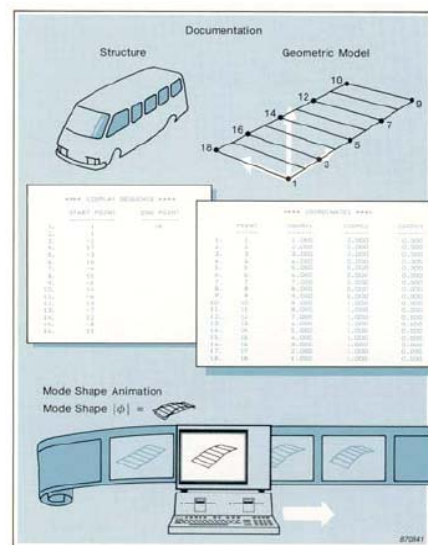
# 模态参数估计

- 选择拟合方法
- 模态稳定图
- 模态分拣
- 模态验证
  - FRF合成
  - 模态置信度
  - 模态复杂度



# 试验报告与应用

- 模态参数输出
- 结构振型动画显示
- 报告输出
- 结构改进
- 动力学模型验证

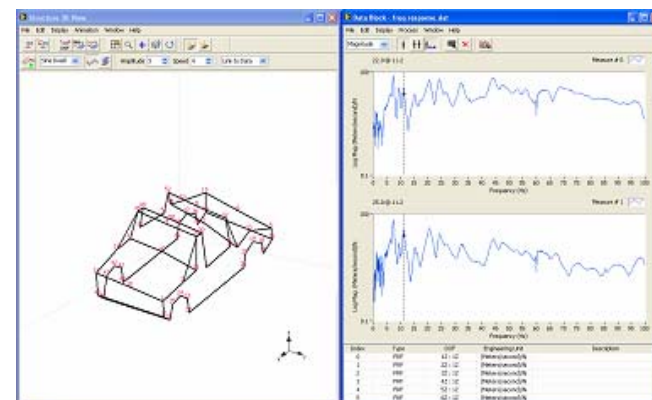




# 分析软件与NI采集系统数据交互



标准文件格式  
**UFF, TEXT**



# 系统演示



**ModalVIEW**



**Demo**

问题？