

4.2 单自由度系统强迫振动

一. 实验目的

1. 理解与掌握单自由度系统受迫振动的基本知识。
2. 测定带有集中荷重的悬臂梁系统，在自由端部力激励下引起的受迫振动的振幅频率特性曲线；借助幅频特性曲线，求出系统的固有频率 ω_0 及阻尼比 ζ 。
3. 初步了解振动测试的仪器设备和工程实验建模方法。

二. 仪器、设备及装置

单层框架系统实验装置（可视为悬臂梁，如图 4.2-1 所示），扫频信号源（含功率放大器，DH-1301），激振器（JZQ-2），力传感器（F.Sensor），加速度传感器（A.Sensor），电荷放大器（DLF-3），数字式示波器（TDS-210）。

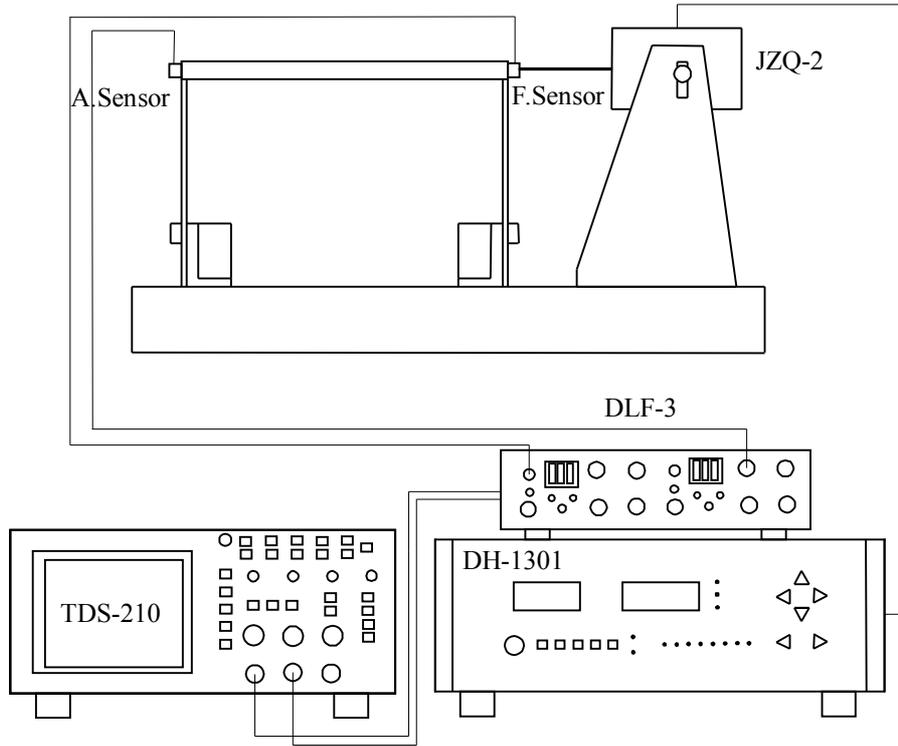


图 4.2-1

三. 实验原理与方法

1. 理论知识

物体在持续不断的交变激励作用下所产生的振动，称为受迫振动，受迫振动是工程中常见的现象。根据激励的来源可分为两类，一类是力激励，它可

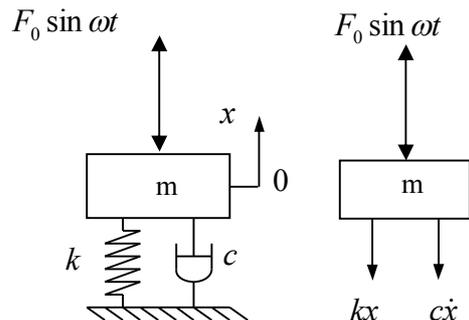


图 4.2-2

以是直接作用于机械运动部件上的简谐变化的外力；另一类是由交变的惯性力激励，如地基振动而引起的机构物的受迫振动。

在有阻尼谐振子的质量块直接作用一简谐激励力 $F = F_0 \sin \omega t$ ，如图 4.2-2 所示。以静平衡位置为坐标原点，根据牛顿定律，建立系统的运动微分方程如下：

$$m\ddot{x} = -c\dot{x} - kx + F_0 \sin \omega t \quad (4.2-1)$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (4.2-2)$$

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\sin \omega t \quad (4.2-3)$$

令

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad 2\delta = \frac{c}{m} \quad (4.2-4)$$

$$\zeta = \frac{\delta}{\omega_0} \quad (4.2-5)$$

得到

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\sin \omega t \quad (4.2-6)$$

式 (4.2-6) 的稳态解为

$$x = B \sin(\omega t - \phi) \quad (4.2-7)$$

将式 (4.2-7) 代入式 (4.2-6)，求出待定系数 B ，得到

$$B = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \quad (4.2-8)$$

通过归一化，得到幅频特性曲线（幅值比与频率之间的关系），是系统固有的特性曲线，如图 4.2-3 所示。

1) 利用共振法，在得到系统的最大振幅的同时得到了相对应的系统有阻尼固有频率 f_d ，

$$\omega_d = 2\pi f_d \quad (4.2-9)$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \quad (4.2-10)$$

在小阻尼情况下 ($\zeta \ll 1$)，则 $\omega_0 \approx \omega_d$ 。

2) 利用半功率带宽原理得到系统的阻尼比 ζ

半功率带宽：

$$\Delta f = f_2 - f_1 \quad (4.2-11)$$

阻尼比 ζ :

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{2f_0} = \frac{\Delta f}{2f_0} \quad (4.2-12)$$

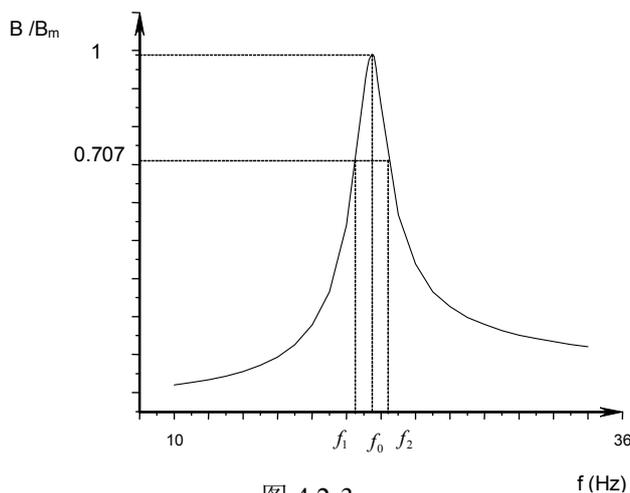


图 4.2-3

2. 实验方法

一个单层框架结构组成的悬臂梁系统，固定端固定在底板上，自由端与激振器连接，测试系统如图 4.2-4 所示，扫频信号发生器（含功率放大器）可调节激振器的激振力的频率和大小，激振频率由扫频信号发生器直接读得，悬臂梁端部的振幅利用压电加速度传感器（压电加速度传感器是利用振动对压电晶体产生压电效应来测量振动的），经电荷放大器转换并放大，由数字式示波器读得振幅电压值。

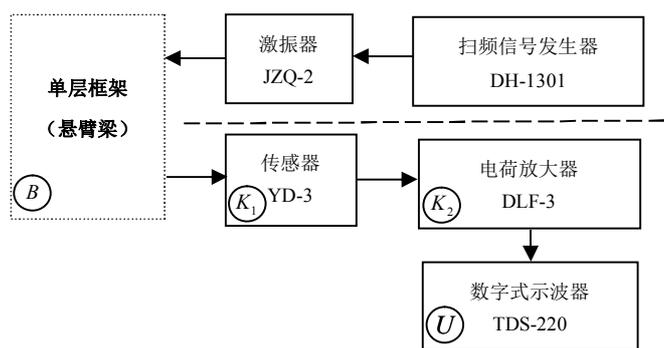


图 4.2-4

实验中，所测振

幅的电压值为：

$$U = K_1 \cdot K_2 \cdot B \quad (4.2-13)$$

其中：

U ：所测振幅的电压值； K_1 ：传感器灵敏度系数； K_2 ：电荷放大器放大增益； B ：

被测振动的振幅

系统共振时：

$$U_m = K_1 \cdot K_2 \cdot B_m \quad (4.2-14)$$

所以振幅与最大振幅时的幅值比为

$$\frac{B}{B_m} = \frac{U}{U_m} \quad (4.2-15)$$

从而可以得到振动幅值比与频率之间的关系，即系统的幅频特性曲线。可见其幅频特性曲线与激振力大小无关，与测试仪器的放大系数无关，是系统的固有特性。

四. 实验步骤

1. 实验准备

按图 4.2-1 和图 4.2-3 进行测试仪器联线。

2. 开机预热

测试仪器需要 10 分钟预热。开机前检查信号发生器的输出电压为零。打开测试仪器的开关电源，开机的顺序为扫频信号发生器、电荷放大器和数字式示波器。

3. 调节激振器的激振力的大小，使系统产生振动，熟悉测试仪器操作

设定振动初始参数：

1) 扫描信号发生器：恒压，电压衰减：20dB

2) 激励频率：15Hz，输出电压：300mv 左右

扫频信号发生器的输出激励频率和激振力（即输出电压）的调节：

激励频率，按 **参数设置** 的 \triangle 按钮两下，使 **输出频率** 指示灯亮，再按 \triangleright 右下按钮就可以调节频率大小，每按一下频率增加 0.1Hz，按 \triangleleft 左下按钮每按一下频率减小 0.1Hz；长时间按左下和右下按钮，频率自动改变，再按 \triangleright 右下按钮停止；激振力调节，旋转 **输出电压** 旋钮，顺时针为增加，逆时针为减小。

电荷放大器的调节：

把 **电荷/电压** 开关指向电荷，设定 **电荷灵敏度** 为 1.00，**电荷增益** 为 1，**低通滤波** 为 1kHz。

数字式示波器的调节：

按 **AUTOSET** 按钮进行自动量程后，旋转 **SEC/DIV** 时间轴旋钮，增大和减小时间轴量程大小，旋转 CH1 的 **VOLT/DIV** 按钮至合适的电压轴量程大小，使整个波形完整显示在屏幕上，然后按 **MEASURE** 测量按钮，并调出 **频率** 和 **峰-峰值** 数据显示屏幕上，并按 **RUN/STOP** 可以进行读数。

测出此时的振幅，记录数据在表 4.2-1 中。在此后的实验中，不再改变扫频信号发生器的 **输出电压**，以确保激振力在实验中恒定不变。

4. 测量系统的共振频率

改变频率，寻找最大振幅时的频率和振幅，记录数据在表 4.2-2 中。此时的系统发生共振，而共振频率就是系统的固有频率。

5. 进行逐点扫频，记录频率和振幅，测量范围为 10Hz-40Hz

可以依次从 10Hz-40Hz 进行扫频，测出相应值的大小，并记录数据在表 4.2-3 中，并完成幅频特性曲线的绘制，计算相应的结果。

数据测试要求：根据幅频特性曲线的特点，在共振区激励频率的微小变化会引起振幅的剧烈变化，所以在共振频率区域 $\pm 1\text{Hz}$ ，频率的分辨率为 0.1Hz，其余区域扫描分辨率为 1Hz。

6. 改变扫描信号发生器的输出电压为 500mv，重复步骤 3-5。

7. 关闭仪器电源

实验完毕，将信号发生器的输出电压旋至零，然后依次关闭仪器电源：数字式示波器、电荷放大器、扫频信号发生器。

五. 实验数据处理

1. 初始振动振幅调节，表 4.2-1

激振力（即输出电压）（mv）	300mv	500mv
频率（Hz）	15Hz	15Hz
振动振幅（mv 峰峰值）		

2. 共振频率测量，表 4.2-2

激振力（即输出电压）（mv）	300mv	500mv
频率（Hz）		
振动振幅（mv 峰峰值）		

3. 逐点测量频率与振幅（频率范围：10Hz—40Hz），表 4.2-3

序号	频率（Hz）	输出电压 300mv	输出电压 500mv	序号	频率（Hz）	输出电压 300mv	输出电压 500mv
		振幅（mv 峰峰值）				振幅（mv 峰峰值）	
1				21			
2				22			
3				23			
4				24			
5				25			
6				26			
7				27			
8				28			

序号	频率 (Hz)	输出电压 300mv	输出电压 500mv	序号	频率 (Hz)	输出电压 300mv	输出电压 500mv
		振幅 (mv 峰峰值)				振幅 (mv 峰峰值)	
9				29			
10				30			
11				31			
12				32			
13				33			
14				34			
15				35			
16				36			
17				37			
18				38			
19				39			
20				40			
...				...			

系统固有频率: $f_0 \approx f_{\max}$ ($\zeta \ll 1$)

半功率带宽: $\Delta f = f_2 - f_1$, 相对阻尼系数: $\zeta = \frac{\Delta f}{2f_0}$

六. 实验报告

1. 实验前做好理论背景知识和实验方法的预习。
2. 实验报告内容包括: 实验目的、实验原理、实验装置和设备框图、实验数据处理与结果分析, 实验体会等。

七. 思考题

1. 假定此系统的等效质量 $m = 1 \text{ kg}$, 分别求出系统的等效刚度 k 与阻尼 c , 注意其单位量纲。
2. 将输出电压分别为 300mv 和 500mv 的两个幅频特性曲线两根曲线画在同一坐标下, 并进行误差分析。