# 4.4　连杆质心与转动惯量的测定

## 一．实验目的

1．利用称重法（静力学平衡条件）测定汽车连杆的质心位置。

2．利用三线扭摆法测定汽车连杆相对垂直连杆平面质心轴（简称质心轴）的转动惯量，并计算连杆相对小头圆孔中心轴的转动惯量。

3．利用复摆法测定连杆相对悬挂点垂直连杆平面轴的转动惯量，并利用平行轴定理计算连杆相对质心轴的转动惯量。

4．对两种方法测量连杆相对质心轴的转动惯量的结果进行分析比较。

## 二．仪器、设备及装置

汽车连杆，三线扭摆（如图 1 所示），复摆装置，秒表，电子称，卷尺、直尺，刀架（三菱尺代）。

## 三．实验原理

1．利用称重法（静力学平衡条件）测定连杆质心位置，请自行推导公式

2．三线扭摆测定物体转动惯量所依据的理论公式

1）圆盘相对三线扭摆过圆盘中心 O 点的垂直轴（简称中心轴）的转动惯量 $J_0$

$$J_0 = \frac{mgr^2T_0^2}{4\pi^2 l} \qquad (4.4\text{-}1)$$

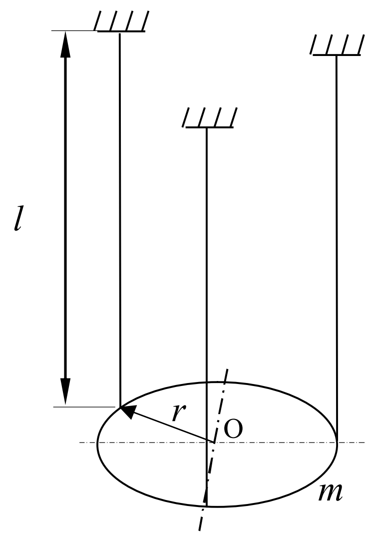


图 4.4-1

其中：

$m$：空盘质量；$l$：摆线长；$r$：悬线到转轴的垂直距离；$T_0$：圆盘的扭摆周期。

2）被测物与盘相对三线扭摆中心轴的总转动惯量 $J$

$$J = \frac{Mgr^2T^2}{4\pi^2 l} \qquad (4.4\text{-}2)$$

其中：

$M$：被测物与圆盘的总质量；$T$：被测物与圆盘的扭摆周期

3）被测物体相对质心轴的转动惯量 $J_{obj}$

$$J_{obj} = J - J_0 \qquad (4.4\text{-}3)$$

利用转动惯量平行轴定理可获得被测物体相对平行于质心轴的任意轴的转动惯量。

3．用复摆法测连杆相对悬挂点 A 垂直连杆平面轴的转动惯量 $J_A$，如图 4.4-2 所示

$$J_A = \frac{mgLT^2}{4\pi^2} \tag{4.4-4}$$

其中：

$m$：连杆的质量；$g$：重力加速度；$L$：悬挂点至质心的距离；$T$：摆动周期

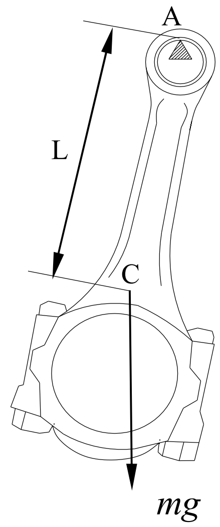

图 4.4-2

## 四．注意事项

1．三线摆测量连杆转动惯量时，连杆质心轴应与圆盘中心轴重合。

2．扭摆作扭振时，其扭摆角度应较小。

3．复摆法测量连杆转动惯量时，其摆动角度应较小。

## 五．实验报告

1．相关实验知识的准备。

2．本实验是自主实验，同学们针对测试内容讨论制定实验方案，并完成实验和结果计算。完成后向教师叙述实验过程和结果，并提交实验报告。

3．自拟格式完成实验报告。实验报告应包括：实验名称、实验目的、实验装置、理论依据、实验数据及测试结果、实验讨论等。

## 六．思考题

1．对两种方法测量汽车连杆对质心轴的转动惯量的结果进行分析比较。

2．推导复摆测量转动惯量的公式（4.4-4）。

3．如何提高两种方法测量物体转动惯量的精度？

## 七．附录 三线摆测量物体的转动惯量

三线扭摆（如图 4.4-3 所示）的水平圆盘可饶过圆盘中心 O 点的垂直轴（简称中心轴）作扭转摆动，利用圆盘空载和加载后转动惯量与摆动周期的关系可求出被测物的转动惯量。

设圆盘质量是 $m$，扭摆时当它从平衡位置向某一方向转动时，上升的高度为 $h$，那么圆盘上升时增加的势能为

$$E_p = mgh \tag{4.4-5}$$

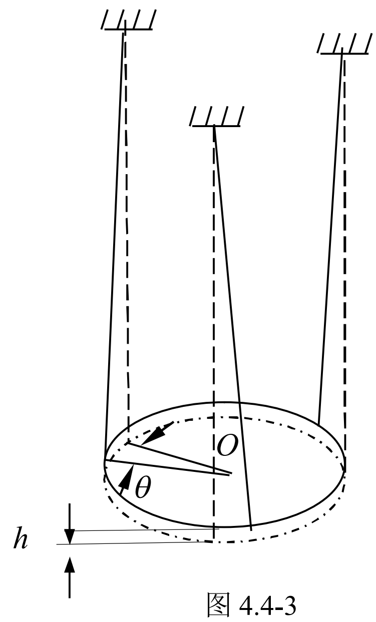

图 4.4-3

当圆盘向另一方向转动至平衡位置时角速度 $\omega_0$ 为最大，这时圆盘具有的动能为

$$E_k = \frac{1}{2} J_0 \omega_0^2 \tag{4.4-6}$$

略去阻力，由机械能守恒定律可得

$$\frac{1}{2}J_0\omega_0 = mgh \tag{4.4-7}$$

若扭转角度足够小，则可以把圆盘的运动看作简谐运动，其角位移

$$\theta = \theta_0 \sin\frac{2\pi}{T_0}t \tag{4.4-8}$$

这里$\theta_0$为振幅，$T_0$是一个完全摆动的周期。角速度为

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{2\pi}{T_0}\theta_0 \cos\frac{2\pi}{T_0}t \tag{4.4-9}$$

经过平衡位置时的最大角速度为

$$\omega = \frac{2\pi}{T_0}\theta_0 \tag{4.4-10}$$

当圆盘的转角很小，且悬线较长时，应用简单的几何关系得圆盘上升高度

$$h = l - \sqrt{l^2 - (r\theta_0)^2} \tag{4.4-11}$$

式中$l$为悬线长，$r$为悬线到转轴的垂直距离，$\theta_0$是振幅。利用二项式定理展开，并略去高次项，（4.4-11）式可简化为

$$h \approx l - l(1 - \frac{1}{2}\frac{r^2\theta_0^2}{l^2}) = \frac{1}{2}\frac{r^2\theta_0^2}{l} \tag{4.4-12}$$

将（4.4-10）式和（4.4-12）式代入（4.4-7）式，得

$$J_o = \frac{mgr^2T_0^2}{4\pi^2 l} \tag{4.4-13}$$

如测得周期$T_0$，即可算出圆盘对中心轴的转动惯量$J_0$。

如在圆盘上放一待测物体，待测物体质心与圆盘中心重合，则由上式可得对中心轴的转动惯量为

$$J = \frac{Mgr^2}{4\pi^2 l}T^2 \tag{4.4-14}$$

这里$M$是被测物与圆盘总质量，$T$为它们的摆动周期。

由此可得被测物体对中心轴的转动惯量$J_{\mathrm{obj}}$为

$$J_{\mathrm{obj}} = J - J_0 \tag{4.4-15}$$